Jacinto Rodríguez Osuna, doctor en Ciencias Económicas, ha sido profesor titular de Sociología en la Facultad de Ciencias Políticas y Sociología de la Universidad Complutense. De 1976 a 1985 fue jefe del Servicio de Proyectos y Análisis del Centro de Investigaciones Sociológicas. Organizó los servicios de muestreo del Centro de Estudios de la Realidad Contemporánea en Santiago de Chile, así como en otros institutos de investigación de Venezuela.

CIS

Centro de Investigaciones Sociológicas

ISBN: 84-7476-157-3

00002

9 788474 761573

Métodos de muestreo Jacinto Rodríguez Osuna

1

Cuadernos Metodológicos

1

Métodos de muestreo

Jacinto Rodríguez Osuna

Métodos de muestreo es un texto básico sobre técnicas de investigación mediante encuesta. Analiza los diferentes aspectos del diseño muestral: tipos de muestreo y su aplicación, determinación del tamaño de la muestra, errores de muestreo y precisión de las estimaciones. Analiza también las diferentes alternativas a la hora de enfrentarse con la realización de una muestra. El libro, dirigido a estudiantes e investigadores en Ciencias Sociales, incluye tanto cuestiones teóricas como prácticas.

CIS

Centro de Investigaciones Sociológicas

Cuadernos Metodológicos

1

Métodos de muestreo

Jacinto Rodríguez Osuna

CIS

Centro de Investigaciones Sociológicas

COLECCIÓN «CUADERNOS METODOLÓGICOS», NÚM. 1

Primera edición, septiembre de 1991
Primera reimpresión, diciembre de 2001

Impreso y hecho en España
Printed and made in Spain

NIPO: 004-01-017-0
ISBN: 84-7476-157-3
Depósito legal: M. 50.661-2001

Fotocomposición: EFCA, S. A.
Parque Industrial «Las Monjas»
28850 Torrejón de Ardoz (Madrid)

Impreso en Closas-Orcoyen, S. L. Polígono Igarsa
Paracuellos de Jarama (Madrid)

Presentación de la Colección

Cuadernos Metodológicos *es una nueva colección de libros creada por el Centro de Investigaciones Sociológicas para complementar sus otras colecciones: la de* **Monografías** *y la de* **Estudios y Encuestas,** *así como la* ***Revista Española de Investigaciones Sociológicas.***

La idea de crear una nueva colección se originó en el Consejo de Redacción del Centro de Investigaciones Sociológicas, de mayo de 1989, encargándose al catedrático Jesús M. de Miguel la elaboración del proyecto. La planificación inicial para el primer bienio se fue perfilando a lo largo de 1990 y la publicación de los seis primeros números se aprobó en la sesión del Consejo de Redacción de febrero de 1991. El tiempo transcurrido ha servido para planificar adecuadamente la colección y escribir los números iniciales.

La colección ofrece un tratamiento monográfico a los distintos temas que se irán publicando. Esto significa que se pretende lograr la «especialización dentro de la especialización», de tal forma que cada área temática pueda ser objeto de diversas publicaciones, abordando cada una de ellas parcelas diferenciadas de un tema central. Se trata, pues, de una colección de libros cortos, en donde cada uno, en su ámbito, desarrolla aspectos concretos del complejo entramado de la metodología propia de las Ciencias Sociales.

Los autores de las diferentes obras son y van a ser profesores universitarios, especialistas en los temas que abordan, garantizando la calidad de los contenidos de las publicaciones. La colección pretende cubrir la laguna existente en el campo de la metodología. En la actualidad, la mayor parte de los textos existentes en nuestro país son traducciones que tratan en un mismo volumen diferentes temas, y su tratamiento es dispar por su contenido, lenguaje y profundidad.

El CIS pretende adaptar la colección al lenguaje propio de los investigadores en Ciencias Sociales y dotarla de niveles cualitativos elevados y similares en todos y cada uno de los volúmenes de la colección. Los **objetivos** *de la colección son, pues, dos: ayudar a elevar el carácter* *profesional aplicado de la profesión sociológica española, y servir como vehículo de formación indirecta. Se cubren aspectos sobre todo de metodología sociológica, junto con algunos temas básicos de antropología y de psicología social.*

Esta colección incluye, pues, **dos series** *de libros que no se diferencian luego en la numeración de la colección. Una serie cubre de forma ordenada todos los aspectos metodológicos y de técnicas del diseño, organización y desarrollo de la investigación de encuesta. La segunda serie se dedica a otros tipos de temas de investigación en las ciencias sociales, tanto cualitativas como cuantitativas. Creemos que así es útil tanto a profesionales, como técnicos, y estudiantes de sociología en España.*

Métodos de muestreo

Para Mariángeles y Pablo

Índice

1
Introducción

La utilización de muestras para aproximarse al conocimiento de la realidad es práctica habitual en el campo de la investigación científica. Sin embargo, para que esto sea posible, para que a través de muestras se pueda reproducir el universo con la precisión que se requiere en cada caso, es necesario que el diseño muestral y su desarrollo se ajusten a los principios y metodología que se esbozan en las páginas que siguen. Antes, no obstante, y a modo de paréntesis, se va a hacer una breve referencia a las ventajas del muestreo como fuente de acceso a la realidad.

Censos y muestras

La realización de censos para conocer las características de una determinada población resulta costosa, exige la movilización de muchos recursos humanos, su duración —recogida y tratamiento de la información— suele ser larga y, además, en muchos casos, no es necesaria. Para la elaboración del censo de población de España de 1981, por ejemplo, hubo que editar un importante volumen de material auxiliar —hojas censales, cuadernos de tabulación manual, hojas resúmenes—, fue necesaria una compleja organización [1] y se ha tardado más de cinco años hasta que los resultados han estado disponibles en su totalidad.

En el caso del censo de población es necesario recabar la información de cada uno de los habitantes del país por razones administrativas y porque se trata de un recuento censal, marco obligado de referencia para multitud de trabajos e investigaciones. Sin embargo, para el conocimiento de las

[1] Esta organización, a nivel de recursos humanos, estuvo formada por 17 inspectores centrales, 63 inspectores provinciales, 226 inspectores comarcales, 215 auxiliares de inspección, 3.014 encargados de grupo y 22.000 agentes censales, que supusieron un costo aproximado de 1.300 millones de pesetas, según datos del INE. A esta cifra hay que añadir los costes de codificación, grabación y proceso informático.

características de la población existen métodos alternativos cuyo coste económico y de tiempo se reducen considerablemente. Estos métodos están constituidos por las muestras, cuya finalidad es construir modelos reducidos de la población total, con resultados extrapolables al universo del que se extraen.

Volviendo a los trabajos del Instituto Nacional de Estadística, baste recordar que, para elaborar una parte de los resultados del censo, se recurre a muestras, realizadas sobre la información recogida, y, en base a ellas, se presentan determinadas características de la población. En otro orden de cosas, una información tan importante como la referida a la actividad, ocupación y paro, se obtiene a través de la Encuesta de población activa, y lo mismo ocurre, por citar una investigación más del Instituto Nacional de Estadística, con la Encuesta de presupuestos familiares, para determinar el nivel de ingresos y gastos de las familias.

Todo ello quiere decir que a través de muestras se puede obtener, en muchos casos, la información requerida con un ahorro sustantivo de recursos humanos, económicos y de tiempo sin que ello implique un alejamiento de la realidad que se desea conocer. Por eso en las ciencias sociales se recurre, con frecuencia, a esta metodología y porque es la única capaz de reflejar, en el menor tiempo posible, algunos de los continuos cambios que se producen en la compleja urdimbre social. Así, por ejemplo, el preocupante problema de la actividad, ocupación y paro, del cual se tiene información periódica, cada tres meses, a través de la correspondiente encuesta muestral. Si hubiera que recurrir a censos, se dispondría de la información al cabo de dos o tres años, demasiado tarde dada la trascendencia del problema.

Inferencia estadística

La aproximación a la realidad a través de encuestas por muestreo es uno de los ejes centrales de la investigación empírica. Por eso la encuesta, el muestreo, la recogida de la información y la estimación como partes esenciales de la misma, se presentan como herramientas de uso imprescindible cuando se necesita acceder al conocimiento de determinadas facetas de universos adecuadamente identificados. Gracias a la teoría de la probabilidad se sabe que el muestreo permite deducir las características de los universos a los que se aplica, para pasar, después, a la inducción e inferencia estadísticas a partir de los resultados muestrales.

Lo anterior pone en evidencia la importancia del muestreo, como uno de los soportes básicos de la investigación empírica, pero, para que esto sea así, es necesario que en su proceso de elaboración y desarrollo se den las condiciones adecuadas. De lo contrario el investigador se podría encontrar con los «límites de los datos» [2], de que habla BLALOCK, bien porque éstos no representan nada, no son reproducción a escala reducida del universo, bien porque su precisión es tan escasa que la inducción se hace, en términos científicos, prácticamente imposible.

Al hablar de las condiciones que debe reunir el muestreo hay que hacer referencia, necesariamente, a la teoría de probabilidades y a los procesos de selección y estimación, ligados a la misma. Ello quiere decir que las muestras cuyos resultados vienen avalados por la teoría son las muestras probabilísticas en las que cada elemento del universo tiene una probabilidad igual e independiente de figurar en la muestra. En este supuesto, las estimaciones son insesgadas y se pueden calcular los errores de muestreo que permiten determinar la precisión de las estimaciones.

Decir que una estimación es insesgada equivale a afirmar la coincidencia de la media en el muestreo con el valor que se trata de estimar. En palabras de WEINBERG «se dice que un estadístico de la muestra es un estimador insesgado para un parámetro de población si su distribución en el muestreo tiene un valor de media igual al parámetro que va a estimar. En otras palabras, un estimador es insesgado si, en promedio, los valores del estadístico obtenidos del muestreo realmente son iguales al parámetro» [3]. Por su parte, la precisión hace referencia a la concentración de valores en el muestreo, es decir, a la poca variabilidad. En consecuencia, la obtención de estimadores insesgados y precisos es condición básica para realizar la inferencia estadística ya que garantiza que los valores estimados están en el entorno de los valores reales y su posible desviación de los mismos es pequeña, dado que se trata de estimadores precisos.

Para que el muestreo sea probabilístico es necesario que se respete la aleatoriedad e independencia en todo el proceso de elaboración de la encuesta. En primer lugar, *al elegir y al aplicar el método de selección* de las unidades de muestreo. Por eso, las muestras no aleatorias, el muestreo por cuotas entre otros, no son muestreos probabilísticos y, por tanto, salvo lo que se dirá más adelante, no garantizan la inferencia estadística. También hay que respetar la aleatoriedad, a la hora de la *recogida de la información*, durante el trabajo de campo. Es aquí donde las dificultades son mayores y se pueden dar importantes sesgos por no respetar, rigurosamente, las instrucciones referidas a la selección de los individuos, por recurrir, fácilmente, a las sustituciones o por la existencia de un alto porcentaje de no respuestas. En estos casos la muestra aplicada puede ser un vago reflejo de la muestra diseñada y, por tanto, pierde su condición de muestra probabilística.

En cuanto a la precisión, se quiere señalar, desde ahora, que, supuesta

[2] H. M. BLALOCK Jr., *Estadística social,* México D.F., Fondo de Cultura Económica, 1966, p. 15.

[3] S. L. WEINBERG, y K. P. GOLDBERG, *Estadística básica para ciencias sociales,* México D.F., Interamericana, 1982, p. 227.

la aleatoriedad e independencia, ésta va ligada al tamaño de la muestra. Por eso, no se pueden llevar las conclusiones a niveles de desagregación que no tienen respaldo en el diseño muestral, ya que se puede superar ampliamente lo que se podría llamar el error permitido. En muestras dimensionadas para sacar conclusiones generales, no se puede descender a análisis por regiones, provincias o determinadas categorías, porque el número de entrevistas realizadas a estos niveles no da soporte a la estimación. De ahí que lo más que se pueda decir es que «aparecen determinadas tendencias», «los datos parecen revelar la posible existencia de...», etcétera. Es decir, en una encuesta muestral, en unos casos se puede hablar de estimaciones, en otros de tendencias y, en otros muchos, quizá de nada, ya que los errores son muy elevados. Dicho de otra forma, cuando el intervalo de confianza en que se sitúa la estimación es muy amplio, el valor de la estimación es escaso, como se verá en su momento.

Las encuestas muestrales que reúnen las características apuntadas son las que permiten llevar a cabo la inferencia estadística. La precisión de los resultados y la posibilidad de extrapolarlos al universo va a depender del tamaño de la muestra y de los procesos de selección y estimación que se apliquen. Hechas las salvedades anteriores, hay que anotar que, en la práctica, también se utilizan diseños que no son estrictamente probabilísticos, pero que pueden dar lugar a estimaciones de gran valor. Entre ellos hay que destacar el muestreo por cuotas, que se aplica con mucha frecuencia, y a partir del cual se suele realizar la inferencia estadística, como si se tratara de un muestreo probabilístico. Esta técnica recubre distintas modalidades y en función de ellas hay que valorarla. Baste decir, ahora, que si el diseño de la muestra y los diferentes procesos de selección son probabilísticos, y sólo se introducen las cuotas en la última fase de muestreo, para la selección de los individuos, se pueden conseguir resultados muy aceptables, tal como se ha contrastado en reiteradas ocasiones. El diseño en sí no es probabilístico, no permite, en rigor, calcular los errores de muestreo y de ahí que algunos lo consideren el muestreo más antiestadístico. La afirmación responde al debate entre probabilistas y empiristas, pero, al margen de ella, no se puede despreciar el muestreo por cuotas dada su gran divulgación. El presente trabajo se centra en el estudio de las muestras probabilísticas pero, en su momento, se volverá a hacer alusión al muestreo por cuotas y a la calidad de sus estimaciones.

Diseño de la muestra

El conjunto de operaciones necesarias para el desarrollo de una muestra gira en torno a tres grandes capítulos, sin incluir la recogida de la información, el trabajo de campo. En primer lugar, hay que hablar del *tipo de* *muestreo,* cuyas opciones básicas son el muestreo aleatorio simple, el muestreo aleatorio sistemático, el muestreo aleatorio estratificado y el muestreo aleatorio por conglomerados. Estos distintos tipos se pueden aplicar por separado o a la vez, de tal forma que en cada muestra caben distintas combinaciones, en función de las exigencias del diseño. Hay que anotar, sin embargo, que la aplicación de un determinado tipo de muestreo no es indiferente. Depende de la información disponible sobre el marco muestral pero, además, condiciona el proceso y repercute en los errores muestrales. Así, en una muestra a funcionarios se podría optar por extraer los elementos de la muestra directamente de un fichero conteniendo todos los nombres, muestreo aleatorio simple, o se podría iniciar el proceso con una estratificación previa, por escalas administrativas, por ejemplo, para, posteriormente, hacer la selección de las unidades últimas por el procedimiento anterior.

En una fase posterior, aunque a veces se hace a la vez, habrá que discutir el *tamaño de la muestra.* Éste se decide a la vista de diversos factores, unos ligados a los objetivos de la investigación y otros a la estructura del marco muestral, a lo que habría que añadir las limitaciones económicas.

Los objetivos de la investigación pueden requerir que los resultados se ofrezcan globalmente o a un nivel de mayor desagregación. En este segundo caso puede ser necesario cargar la muestra en determinadas subpoblaciones, partes o fracciones de la población original, que interesa estudiar por separado.

Por su parte, el conocimiento de la estructura del marco muestral facilita considerablemente la consecución de un mejor diseño con repercusiones directas sobre el tamaño de la muestra. En concreto, y ya se verá en su momento, el conocimiento de la variabilidad del universo determina el que, para un mismo error muestral, el tamaño de la muestra tenga que ser distinto, según los casos. En universos muy heterogéneos, en cuanto a las variables de análisis se refiere, la muestra tiene que ser mayor que en universos más homogéneos, sin que ello modifique el error muestral. Por otra parte, el mayor conocimiento inicial del universo puede determinar la conveniencia de cargar la muestra en determinadas áreas o categorías, que se supone, por la información acumulada, que revisten peculiaridades en las que interesa profundizar.

Ligado a lo anterior está el problema de la afijación de la muestra. Gracias a un mayor conocimiento del marco se pueden dimensionar muestras con fracciones de muestreo distintas, con lo que se consigue una optimización de costes. El diseño de la Encuesta de Población Activa en España, por ejemplo, utiliza distintas tasas de muestreo para las zonas rurales y para las urbanas, precisamente porque se sabe que, en estas últimas, la homogeneidad es menor y, por tanto, se da mayor varianza. Consecuencia de lo anterior es la necesidad de utilizar coeficientes de ponderación y/o elevadores, cuyo cálculo se basa en datos referidos al universo.

Finalmente, hay que pasar a la *estimación* donde se estudia qué variables se van a estimar, con qué estimadores y por qué procedimientos. Las variables a estimar dependen de los fines de la investigación y del soporte muestral. Se quiere decir que sólo se pueden estimar los parámetros poblacionales cuya presencia en la muestra sea suficiente para proceder a la inferencia estadística. En cuanto a los estimadores habrá que definir si se van a utilizar medias, totales, proporciones, etc. y en cuanto a los procedimientos hay que determinar si se trata de estimaciones puntuales o por intervalos a las que hay que acompañar de los correspondientes errores de muestreo, absolutos o relativos, y de los intervalos de confianza. Aunque parte de estas operaciones sólo se pueden realizar una vez aplicada la encuesta, sin embargo, forman parte del diseño muestral. Hace falta conocer qué se va a estimar, con qué estimadores y por qué procedimientos para elegir el tipo de muestreo y el adecuado tamaño de la muestra.

Marco de la muestra

Lo dicho en el epígrafe anterior pone en evidencia que el diseño de una muestra es una operación compleja, en la que se dan cita una serie de operaciones estrechamente relacionadas, cada una de las cuales depende, a su vez, de diferentes factores. Ello requiere el conocimiento de las técnicas correspondientes, de las que se hablará en los próximos capítulos.

Independientemente de lo anterior, para que realmente se pueda iniciar con garantía el diseño de la muestra y su posterior desarrollo, no basta con conocer las técnicas de muestreo sino que es necesario, además, acotar el universo [4] y conocer las unidades que lo componen. Acotar el universo significa concretar perfectamente la población que va a ser objeto de estudio. Así, por ejemplo, se pueden acotar múltiples universos tales como: población española de ambos sexos, que vive en la península y tiene entre quince y veinticinco años; producción del día X del preparado Y de tal fábrica, etcétera.

Las unidades del universo acotado constituyen el «marco» del que se va a sacar la muestra. En la medida en que el conocimiento de dicho marco sea más perfecto, se reducirán, en primer lugar, los sesgos que se podrían introducir por su desconocimiento. Dos ejemplos van a poner de relieve la importancia del marco para la realización del muestreo. Se piensa realizar una muestra a hogares en el municipio X y, para su selección, se va a utilizar la lista de hogares confeccionada a raíz del Padrón de 1986. Como

[4] El universo o población es el conjunto de elementos objeto del estudio. En la realidad existen multitud de universos constituidos por elementos específicos que los diferencian. Cada uno de ellos, o muchos de ellos, pueden ser objeto de investigación, mediante la técnica de muestreo.

estamos en 1991 y la zona de estudio es de inmigración, quiere decir que todas las familias que han llegado al municipio después del último padrón no entran en la muestra, no forman parte del marco del estudio. Esto significa que se está introduciendo un sesgo en la muestra por desconocimiento del marco, tanto mayor cuanto el volumen de inmigrados sea más elevado. Supongamos, ahora, que se quiere realizar una encuesta a médicos utilizando una muestra representativa de los mismos. Acotado el universo: «médicos en activo especialistas de corazón», la dificultad estriba en el conocimiento del marco muestral del que se va a extraer la muestra. Si después de muchas indagaciones no se consiguiera un listado de los médicos de la especialidad, o éste fuera muy defectuoso, difícilmente la muestra podría ser representativa del colectivo, por falta de cobertura del mismo.

En realidad, el desconocimiento del universo no sólo afecta a la cobertura de la muestra. Hay otros muchos aspectos del diseño muestral que se resienten de un deficiente conocimiento de las unidades que componen el marco muestral. En concreto, hace falta conocer su distribución sobre el espacio —dónde se sitúan— y, también, cuáles son sus características básicas. Ello es necesario, como ya se ha dicho, para llevar a cabo operaciones tan importantes como la determinación del tamaño de la muestra total y por dominios [5], para realizar la afijación, para calcular los coeficientes de ponderación y/o los elevadores, y para hacer la estratificación y el proceso de selección.

Volviendo sobre el marco de las investigaciones, se puede decir que, en muchos casos, los estudios van referidos a la población en general o a un segmento de la misma: población española, población de Extremadura, población española de 18 años y más, etcétera. En estos casos, la información sobre el universo se deduce de los censos y padrones generales de población. El problema estriba en que esta información va envejeciendo con el tiempo y no se actualiza, hasta que no se realiza un nuevo censo o padrón.

Cuando el universo no se deduce del censo o de fuentes secundarias, fácilmente asequibles, las dificultades son mucho mayores. En general, habrá que dedicar bastante tiempo a esta labor y poner mucha imaginación en el empeño, para poder obtener resultados satisfactorios. Así, en una encuesta a médicos, por ejemplo, habrá que acudir a los colegios profesionales, a los listados que utilizan los laboratorios farmacéuticos, mejor organizados, para sus visitas a los médicos, etcétera. En una muestra a universitarios de un determinado distrito, será preciso construir el marco muestral a partir de las matrículas de los alumnos, como único medio para reconstruir el universo. En Francia, el INSEE, para hacer un estudio sobre la pobreza en la ciudad de Reims, acudió a los ficheros administrativos para seleccionar a las familias pobres [6]. En Francia, también, C. LEVY, del

---

[5] «Dominios» equivale a subpoblación, parte o fracción de la población original.

[6] El universo se reconstruyó a partir de la explotación de los ficheros administrativos. Para

INED, proyecta un estudio sobre grandes accidentados de la carretera, tomando como marco muestral el fichero de accidentes.

En ocasiones, incluso, habrá que recurrir a la encuesta para crear el marco muestral desde la nada. Para realizar un estudio sobre guarderías, ante la carencia de un censo de este tipo, se procedió, por muestreo, a construir el universo [7]. A partir de un muestreo probabilístico, se seleccionaron 800 secciones censales en toda España. En un primer paso se investigaron estas secciones y se censaron las guarderías de las mismas. Posteriormente, se aplicaron los correspondientes cuestionarios a los directores y a una parte de los padres, elegidos aleatoriamente. Cabe también recurrir a *una encuesta-filtro,* como última solución probabilística. En este caso, a partir de una muestra convenientemente dimensionada [8], se crea el marco muestral de la subpoblación que interesa investigar.

Finalmente, es obligado hacer referencia a la elaboración de los datos referidos al marco muestral. Puesto que estos datos van a ser la base del diseño, será necesario recurrir a su ordenación, incluso a su tratamiento estadístico elemental. En el supuesto de que se trate de información que se utiliza para diseños muestrales, que se repiten con frecuencia, el esfuerzo de elaboración de la documentación supone una alta rentabilidad, por su continua utilización posterior. En diseños muestrales específicos, que no se suelen repetir, sigue siendo necesario hacer el esfuerzo de recogida y el tratamiento de la información, si realmente se quieren sentar las bases para un diseño muestral con las garantías técnicas necesarias.

El presente trabajo [9] responde, en su ordenación, al conjunto de operaciones referidas al hablar del diseño de la muestra. Se hablará, primero, de los *tipos de muestreo;* después del *tamaño de la muestra* y, finalmente, de la *estimación,* intentando conjugar, en el desarrollo de cada capítulo, la claridad de la exposición, con un soporte estadístico elemental pero suficiente para los objetivos de este trabajo.

Finalmente, se hará una breve referencia a la bibliografía básica sobre este tema. Se han seleccionado sólo libros en castellano, fundamentalmente de muestreo, aunque también se incluyen algunos textos de estadística. Los primeros por tratar directamente los temas de muestreo y los segundos, bien porque también abordan temas de muestreo, aunque con menor profundidad, bien porque estudian cuestiones estrechamente relacionadas con el mismo.

---

el estudio se consideraron pobres las familias con niños y con una renta, antes de las prestaciones sociales, inferior al salario medio interprofesional. M. DEBONNEUIL, «Les familles pauvres d'une ville moyenne», *Economie et Statistique,* núm. 105, noviembre de 1978.

[7] Se trata de un estudio realizado por el CIS en noviembre de 1983.

[8] Este tipo de encuestas resulta muy costoso y sólo factible si la subpoblación que interesa representa un porcentaje importante de la población total.

[9] Han colaborado en distintas fases del mismo los becarios del CIS, adscritos al Servicio de Muestreo, Julián Atienza, María Luisa Ferreras y Adoración Núñez.

Entre los libros de muestreo se incluyen textos básicos, de fácil comprensión, y textos más complejos y de lectura más difícil, por su contenido estadístico-matemático. Unos y otros corresponden a dos niveles de tratamiento del muestreo.

Los textos de estadística, que se han seleccionado, dedican una parte importante al muestreo o desarrollan, con claridad, la teoría de probabilidades, las distribuciones normal y binomial y las medidas de dispersión.

2
Tipos de muestreo

Las muestras probabilísticas se caracterizan porque en ellas «cada elemento de la población tiene una probabilidad conocida y no nula de ser seleccionado» [1]. Dado que la distribución de probabilidades suele ser conocida [2], en este tipo de muestras es posible proceder a la inferencia estadística, trasladando los datos muestrales a la población. Para ello es necesario hacer las correspondientes estimaciones, en base a los datos muestrales, para proceder, a continuación, al cálculo de su variabilidad, es decir, al cálculo de los errores estándar.

Para que las muestras sean probabilísticas, y, por tanto, reúnan las características señaladas, se han de seguir determinadas normas en el proceso de extracción de la muestra, garantía de la aleatoriedad prevista en el cálculo de probabilidades. Estas normas, ajustadas a las peculiaridades de cada universo, dan origen a los cuatro métodos básicos de muestreo que recubren distintos procesos de extracción de muestras. Estos métodos son los siguientes:

— Muestreo aleatorio simple.
— Muestreo aleatorio sistemático.
— Muestreo aleatorio estratificado.
— Muestreo aleatorio por conglomerados.

De estos métodos los tres primeros suelen ser monoetápicos. En ellos los elementos de la muestra se eligen directamente en una sola etapa. El último es polietápico y las unidades muestrales no son los elementos de la población, sino conglomerados de elementos.

Los cuatro procedimientos de muestreo reseñados son distintos y su elección debe responder a las peculiaridades del universo. Esto quiere decir que, en la mayoría de los casos, no es indiferente utilizar un método u otro, ya que cada uno de ellos suele ser el más indicado para cada situación. No

---

[1] Leslie KISH, *Muestreo de encuestas*, México D.F., Editorial Trillas, 1972, p. 41.
[2] Los modelos fundamentales de distribución de probabilidades son el binomial y el normal, ambos bien conocidos.

obstante, en la práctica, a veces hay que utilizar no los métodos más precisos sino los más viables, dada la carencia de información sobre el universo o los elevados costes de determinadas aplicaciones. Así, la utilización del muestreo aleatorio simple para la realización de una encuesta nacional dirigida a la población adulta podría ser, en teoría, la más adecuada, pero, en la práctica, resulta inviable, y lo mismo ocurre en otros muchos casos. Esto quiere decir que, en general, cabe la posibilidad de sustituir unos métodos por otros, mediante la realización de un nuevo diseño y, en especial, la adecuación del tamaño de la muestra al método que se aplique. Esto es así porque, para un error de muestreo dado, varía el tamaño de la muestra en función del tipo de muestreo que se utilice.

Anteriormente se ha señalado que hay cuatro métodos básicos de muestreo. Sin embargo, no se utilizan, necesariamente, de forma aislada. Es más, muy frecuentemente se aplican, simultáneamente, en la extracción de una misma muestra. Esta técnica responde a necesidades de diseño y se concreta en la combinación de métodos por etapas o por submuestras. En el primer caso, se puede utilizar un método distinto en cada fase del muestreo y, en el segundo, en cada submuestra. Para la extracción de una muestra nacional, dirigida a la población en general, se puede proceder, primero, mediante un muestreo estratificado por conglomerados para terminar con la elección de las unidades últimas de muestreo, mediante muestreo aleatorio simple. En una muestra a médicos, después de estratificar por especialidades, se puede extraer la muestra, en las especialidades menos numerosas, mediante muestreo aleatorio simple, y, en el resto, después de estratificar nuevamente, bien por provincias o por lugar donde desarrolla el médico su actividad: hospital, ambulatorio, domicilio.

Hechas las anotaciones anteriores, se va a entrar en el estudio de los diferentes métodos de muestreo. Antes, no obstante, se quiere hacer una ligera referencia al muestreo por cuotas del que se hablará al final del capítulo. Se trata de un muestreo no probabilístico, cuyos resultados son óptimos, en ocasiones. De ahí que se estime necesario introducirlo en este capítulo para explicar en qué consiste y en qué circunstancias sus estimaciones permiten aproximarse a la realidad.

Muestreos probabilísticos

Se describen, a continuación, los diferentes tipos de muestreo señalando sus características básicas y la forma de aplicarlos en muestreos monoetápicos. Más adelante, al hablar del submuestreo y en diversos ejemplos de este trabajo, se explica la forma de utilizarlos en muestreos polietápicos.

Muestreo aleatorio simple

En este tipo de muestreo la selección de los elementos de la muestra se hace en una sola etapa, directamente y sin reemplazamiento [3]. En la práctica equivale a censar o utilizar el censo de la población objeto del estudio, para sacar, después, al azar, los elementos que van a formar parte de la muestra. Así, si se quiere extraer una muestra de 1.500 elementos, de un universo formado por los médicos en activo en España, habría, en primer lugar, que obtener el censo de los 120.000 médicos, que aproximadamente existen, y, a partir de aquí, se haría la selección de los individuos. Ésta se puede hacer mediante tablas de números aleatorios u otro procedimiento similar, como el bombo, que también garantiza la aleatoriedad.

Las tablas de números aleatorios simplifican considerablemente el proceso. Presentan múltiples combinaciones de números extraídos al azar (véase cuadro 2.1) y, con ellas, a partir de cualquier fila o columna, se toman tantos números consecutivos, como el de elementos de la muestra. Los números sacados al azar indican, sobre un universo numerado, los elementos que se incorporan a la muestra y que, por tanto, deben ser entrevistados.

La utilización del bombo para la selección aleatoria de los elementos de una muestra es prácticamente nula por las dificultades que conlleva. Proviene del mundo de las loterías y queda como ejemplo de la equiprobabilidad y, además, se sigue utilizando cuando se trata de elegir a elementos de universos muy reducidos. En universos con un número relativamente importante de elementos resulta muy costoso hacer la relación individualizada, para su posterior inclusión en el bombo.

El muestreo aleatorio simple se aplica, fundamentalmente, en investigaciones sobre poblaciones pequeñas, plenamente identificables, máxime si constituyen universos específicos y diferenciados. Así una muestra sobre médicos o sobre cualquier otro colectivo diferenciado y pequeño se debería extraer mediante muestreo aleatorio simple. Es más, en muchas ocasiones hay que acudir a este tipo de muestreo empezando por la creación de un censo del universo objeto de estudio [4].

---

[3] Sin reemplazamiento quiere decir que, una vez elegido un elemento de la población para incluirlo en la muestra, se excluye del universo para que no pueda volver a ser elegido. Las técnicas de la estadística inferencial son adecuadas para el muestreo con reemplazo en el que todos los elementos del universo tienen probabilidad igual. En las muestras sin reemplazo, que son las que se utilizan, las técnicas son igualmente aplicables sin distorsiones cuando se trata de universos grandes «cien veces más grandes que las muestras». (J. L. WEINBERG y K. P. GOLDBERG, *Estadística básica para las ciencias sociales*, México, Interamericana, 1982, p. 220.) En caso contrario, en universos pequeños, la probabilidad de los diferentes elementos varía tanto más cuanto más pequeño es el universo.

[4] Los estudios sobre las familias pobres de Reims, sobre los grandes accidentados de la carretera y sobre guarderías, citados en la introducción general, recurren a este sistema.

CUADRO 2.1

NÚMEROS ALEATORIOS

10 09 73 25 33	76 52 01 35 86	34 67 35 48 76	80 95 90 91 17	39 29 27 49 45
37 54 20 48 05	64 89 47 42 96	24 80 52 40 37	20 63 61 04 02	00 82 29 16 65
08 42 26 89 53	19 64 50 93 03	23 20 90 25 00	15 95 33 47 64	35 08 03 36 06
99 01 90 25 29	09 37 67 07 15	38 31 13 11 65	88 67 67 43 97	04 43 62 76 59
12 80 79 99 70	80 15 73 61 47	64 03 23 66 53	98 95 11 08 77	12 17 17 68 33
66 06 57 47 17	34 07 27 68 50	36 69 73 61 70	65 81 33 98 85	11 19 92 91 70
31 06 01 08 05	45 57 18 24 06	35 30 34 26 14	86 79 90 74 39	23 40 30 97 32
85 26 97 76 02	02 05 16 56 92	68 66 57 48 18	73 05 38 52 47	18 62 38 85 79
63 57 33 21 35	05 32 54 70 48	90 55 35 75 48	28 46 82 87 09	83 49 12 56 24
73 79 64 57 53	03 52 96 47 78	35 80 83 42 82	60 93 52 03 44	35 27 38 84 35
98 52 01 77 67	14 90 56 86 07	22 10 94 05 58	60 97 09 34 33	50 50 07 39 98
11 80 50 54 31	39 80 82 77 32	50 72 56 82 48	29 40 52 42 01	52 77 56 78 51
83 45 29 96 34	06 28 89 80 83	13 74 67 00 78	18 47 54 06 10	68 71 17 78 17
88 68 54 02 00	86 50 75 84 01	36 76 66 79 51	90 36 47 64 93	29 60 91 10 62
99 59 46 73 48	87 51 76 49 69	91 82 60 89 28	93 78 56 13 68	23 47 83 41 13
65 48 11 76 74	17 46 85 09 50	58 04 77 69 74	73 03 95 71 86	40 21 81 65 44
80 12 43 56 35	17 72 70 80 15	45 31 82 23 74	21 11 57 82 53	14 38 55 37 63
74 35 09 98 17	77 40 27 72 14	43 23 60 02 10	45 52 16 42 37	96 28 60 26 55
69 91 62 68 03	66 25 22 91 48	36 93 68 72 03	76 62 11 39 90	94 40 05 64 18
09 89 32 05 05	14 22 56 85 14	46 42 75 67 88	96 29 77 88 22	54 38 21 45 98
91 49 91 45 23	68 47 92 76 86	46 16 28 35 54	94 75 08 99 23	37 08 92 00 48
80 33 69 45 98	26 94 03 08 58	70 29 73 41 35	53 14 03 33 40	42 05 08 23 41
44 10 48 19 49	85 15 74 79 54	32 97 92 65 75	57 60 04 08 81	22 22 20 64 13
12 55 07 37 42	11 10 00 20 40	12 86 07 46 97	96 64 48 94 39	28 70 72 58 15
63 60 64 93 29	16 50 53 44 84	40 21 95 25 63	43 65 17 70 82	07 20 73 17 90
61 19 69 04 46	26 45 74 77 74	51 92 43 37 29	65 39 45 95 93	42 58 26 05 27
15 47 44 52 66	95 27 07 99 53	59 36 78 38 48	82 39 61 01 18	33 21 15 94 66
94 55 72 85 73	67 89 75 43 87	54 62 24 44 31	91 19 04 25 92	92 92 74 59 73
42 48 11 62 13	97 34 40 87 21	16 86 84 87 67	03 07 11 20 59	25 70 14 66 70
23 52 37 83 17	73 20 88 98 37	68 93 59 14 16	26 25 22 96 63	05 52 28 25 62
04 49 35 24 94	75 24 63 38 24	45 86 25 10 26	61 96 27 93 36	65 33 71 24 72
00 54 99 76 54	64 05 18 81 59	96 11 96 38 96	54 69 28 23 91	23 28 72 95 29
35 96 31 53 07	26 89 90 93 54	33 35 13 54 62	77 97 45 00 24	90 10 33 93 33
59 80 80 83 91	43 42 72 68 42	83 60 94 97 00	13 02 12 48 92	78 56 52 01 06
46 05 88 52 36	01 39 09 22 86	77 28 14 40 77	93 91 08 36 47	70 61 74 29 41
32 17 90 05 97	87 37 92 52 41	05 56 70 70 07	86 74 31 71 57	85 39 41 18 38
69 23 46 14 06	20 11 74 52 04	15 95 66 00 00	18 74 39 24 23	97 11 89 63 38
19 56 54 14 30	01 75 87 53 79	40 41 92 15 85	66 67 43 68 06	84 96 28 25 07
45 15 51 49 38	19 47 60 72 46	43 66 79 45 43	59 04 79 00 33	20 82 66 95 41
94 86 43 19 94	36 16 81 08 51	34 88 88 15 53	01 54 03 54 56	05 01 45 11 76
59 58 00 64 78	75 56 97 88 00	88 83 55 44 86	23 76 80 61 56	04 11 10 80 08
38 50 80 73 41	23 79 34 87 63	90 82 29 70 22	17 71 90 42 07	95 95 44 99 53
30 69 27 06 68	94 68 81 61 27	56 19 68 00 91	82 06 76 34 00	05 46 26 92 00
65 44 39 56 59	18 28 82 74 37	49 63 22 40 41	08 33 76 56 76	96 29 99 08 36
27 26 75 02 64	13 19 27 22 94	07 47 74 46 06	17 98 54 89 11	97 34 13 03 58

En el caso de poblaciones grandes, ofrece mayores dificultades. En primer lugar, es difícil realizar un listado de todo el universo; si ello fuera posible, el proceso para extraer la muestra resultaría tedioso; finalmente, la dispersión de la muestra podría ser muy importante, lo que implicaría aumento considerable de los costes y del tiempo del trabajo de campo. Así, la realización de una muestra de 5.000 elementos dirigida a la población española en edad de trabajar, y utilizando el muestreo aleatorio simple, sería impensable. En primer lugar habría que reconstruir y hacer el listado del universo, con más de 22 millones de unidades. Después, habría que seleccionar, aleatoriamente, los elementos de la muestra para, finalmente, proceder al trabajo de campo, es decir, a la recogida de la información. La primera dificultad radicaría en la reconstrucción del universo, operación prácticamente imposible salvo para el INE que tiene informatizado el censo electoral [5]. Aunque se dispusiera del censo, el proceso de extracción de la muestra sería tedioso por el tamaño de los ficheros, y la dispersión de las entrevistas sería muy grande. Junto a una cierta concentración en las grandes capitales y aglomeraciones se produciría la dispersión en pequeños pueblos, escondidos en los lugares más recónditos. La muestra podría ser, técnicamente, perfecta, pero los costes y el tiempo empleado serían mucho más elevados que por otros procedimientos. De ahí que, cuando hay que hacer muestras sobre poblaciones muy grandes, se recurra a otros métodos de muestreo o a la combinación de varios.

El muestreo aleatorio simple se presenta como el prototipo de muestreo por su sencillez y la facilidad para calcular los errores de muestreo [6]. Esto obedece a que es un muestreo monoetápico y las diferentes unidades del universo tienen la misma probabilidad de formar parte de la muestra [7]. Por otra parte es el muestreo de referencia para calcular lo que KISH llama «efecto del diseño». Éste se define como «la razón de la varianza de la estimación obtenida a partir de la muestra más compleja a la varianza de la estimación obtenida a partir de una muestra aleatoria simple del mismo número de unidades» [8]. En consecuencia, el muestreo aleatorio simple aparece como un patrón para medir la eficacia de los muestreos estratificados y por conglomerados ya que a través del «efecto del diseño» se establece la comparación entre éstos y aquél. En general, y adelantando resultados de

---

[5] El INE tiene informatizado el censo electoral. Como la edad de trabajar es a partir de los 16 años, tendría que añadir el grupo 16 y 17 años a dicho censo.

[6] Esto explica que en la ficha técnica de muchas encuestas se ofrezca el cálculo de errores correspondientes a un muestreo aleatorio simple aunque el tipo de muestreo aplicado tenga poco que ver con éste. Así sucede, con mucha frecuencia, en la ficha técnica que acompaña a las encuestas publicadas en la prensa española.

[7] Hay que recordar la ligera restricción que supone el tratarse de muestreo sin reemplazamiento, tal como se señala en la nota 3.

[8] Tomado de William G. COCHRAN, *Técnicas de muestreo*, México D.F., Editorial Continental, 1984, p. 119.

otros capítulos, en el muestreo estratificado la varianza de la estimación suele ser menor que en el muestreo aleatorio simple y, en el muestreo por conglomerados, mayor.

Muestreo aleatorio sistemático

Se puede considerar como una variante del método anterior, en la que difiere la forma de selección de las unidades muestrales. Para ello, se halla el coeficiente de elevación: $\frac{N}{n}$[9] y se elige al azar un número no superior al mismo, que es el que indica el punto de arranque de la selección. A partir de aquí, al número elegido se le suma, sucesivamente, el coeficiente de elevación, dando lugar a los números que pasan a formar parte de la muestra. En la encuesta a médicos, el proceso sería el siguiente: coeficiente de elevación $\frac{N}{n} = \frac{120.000}{1.500} = 80$; primer número al azar, no superior a 80, el 24, por ejemplo. La selección sería 24, 24 + 80 = 104, 104 + 80 = 184; y así sucesivamente.

Con este procedimiento se simplifica considerablemente la selección, pero existe el riesgo de introducir sesgos en la muestra al elegir los elementos de forma periódica. Esto ocurre cuando el universo está ordenado en función de determinados criterios que pueden inducir a que la selección sistemática recaiga en elementos que no son representativos de la heterogeneidad del universo. En la selección sistemática de una muestra sobre listas de 20 individuos en que los 10 primeros fueran varones y los 10 últimos mujeres, si el coeficiente de elevación fuera 20, siempre saldrían sólo hombres o sólo mujeres, pero no habría posibilidades de que en la muestra estuvieran representados ambos sexos. SÁNCHEZ CRESPO acusa este peligro con las siguientes palabras: «La selección sistemática tiene las ventajas de extender la muestra sobre toda la población, ser de fácil aplicación, y conseguir un efecto similar al de la estratificación si las unidades se han ordenado previamente siguiendo un cierto criterio como, por ejemplo, colocando al principio de la lista las unidades densamente pobladas y continuando progresivamente hasta llegar a las menos pobladas. Por el contrario, puede introducir sesgos debido al hecho de que cada unidad en la muestra es seleccionada con una periodicidad constante igual a K» [10].

Para evitar este peligro hay que hacer un estudio previo del universo y de los listados que lo contienen, incluso, si fuera necesario, «desordenarlos» *ab absurdo* para preparar la selección de los elementos muestrales. Se hace

---

[9] N = Número de unidades del universo; n = número de elementos de la muestra.

[10] J. L. SÁNCHEZ CRESPO, *Muestreo de poblaciones finitas aplicado al diseño de encuestas*, Madrid, INE, 1973, p. 93.

referencia a una técnica utilizada, con frecuencia, cuando se realizan muestreos sistemáticos a partir de ficheros de individuos, almacenados en soporte magnético. En este caso, se puede romper el orden actual del fichero: orden alfabético, de antigüedad, etcétera, a partir de cualquier criterio como, por ejemplo, las 6 últimas cifras del DNI de los individuos que componen el universo, ordenadas al revés. Así, el número del DNI 28.150.824 se quedaría en 150.824 y ordenado al revés sería 428.051. Posteriormente, se procedería al ordenamiento de todo el universo y a la aplicación del muestreo sistemático [11].

Muestreo aleatorio estratificado

La partición o fraccionamiento de la población marco del estudio en subdivisiones constituye la base del muestreo estratificado. En él cada unidad del universo pertenece a una sola subdivisión, estrato, y el conjunto de estratos, subdivisiones del universo, constituyen la urdimbre sobre la que opera el proceso de muestreo.

Las principales ventajas de este tipo de muestreo, ampliamente utilizado, son las siguientes: Permite tratar de forma independiente a cada uno de los estratos. Esto facilita la utilización de diferentes métodos de muestreo así como la estimación, por separado, de ciertas subpoblaciones constituidas en dominios de estudio. Con este método se pueden reducir las varianzas de las estimaciones muestrales. Aumenta la precisión de las estimaciones. Facilita la coordinación de los trabajos de campo.

La estratificación en los procesos de muestreo ofrece una gran flexibilidad ya que posibilita la utilización simultánea, en una misma muestra, de distintos métodos de muestreo en función de las necesidades del diseño y de la información disponible sobre cada estrato. Facilita, además, la estimación por separado de los distintos estratos, siempre que la muestra esté adecuadamente dimensionada. Esto abre el camino a la desagregación del universo en dominios diferenciados, posibilitando el análisis de cada uno de ellos.

Por otra parte, la estratificación, en tanto en cuanto reúna en cada estrato a unidades homogéneas entre sí y heterogéneas en relación con las de los otros estratos, contribuye a reducir la varianza de las estimaciones, lo que se traduce en ganancias en precisión, es decir, en disminución de los errores de muestreo. Esto quiere decir que, si se pudiera hacer la estratificación ideal, este tipo de muestreo sería más preciso que el aleatorio simple, y el «efecto del diseño» sería inferior a 1. En la práctica, esto significa que, para un error muestral dado, es necesario hacer menor número de

[11] Existen ficheros de alumnos, de socios de un club, miembros de una sociedad médica, etcétera, informatizados, y, a partir de ellos, se puede aplicar el sistema que se ha reseñado.

entrevistas si se utiliza el muestreo estratificado que si se utiliza el aleatorio simple. Por otra parte, si se conocen las varianzas por estrato [12] se pueden aplicar fracciones de muestreo distintas en cada estrato de acuerdo con el valor de la varianza. En estratos más homogéneos se podrían utilizar fracciones de muestreo más pequeñas que en estratos más heterogéneos, tal como viene haciendo el INE en sus diseños muestrales [13].

Finalmente, la estratificación puede facilitar la coordinación de los trabajos de campo, ya que permite separar la muestra por estratos. En este caso, cada estrato o cada varios estratos pueden formar áreas operativas distintas bajo la responsabilidad del Jefe de zona que coordina y controla la recogida de la información.

Haciendo referencia ahora a los criterios de estratificación, hay que tener en cuenta las variables que se van a utilizar y el número de estratos resultante. En cuanto a lo primero SÁNCHEZ CRESPO escribe: «las variables utilizadas para la estratificación deberían estar correlacionadas con las variables objeto de la investigación» [14]. Es más, si fuera posible, debería recurrirse a variables de alta correlación que garantizaran la homogeneidad de los estratos. Así, para hacer un diseño muestral para el estudio de la pobreza, se podría partir de variables de ingresos, igual que, para hacer un estudio sobre el nivel de conocimientos de la población, habría que utilizar variables referidas a los estudios realizados.

Por lo que respecta al número de estratos, se puede señalar con KISH que «no es aconsejable llevar la división muy lejos», ya que «los estratos muy pequeños contribuyen muy poco a las ganancias de la estratificación» y «la formación de sólo unos cuantos estratos producirá típicamente la mayoría de las ganancias posibles a partir de una variable» [15].

Aunque la teoría, en este campo, es conocida, sin embargo, resulta difícil estratificar por variables altamente correlacionadas, puesto que no se suelen conocer las varianzas. En general, y como criterio más viable, se suele recurrir a variables espaciales: comunidades autónomas, provincias, municipios, etcétera, o a subdivisiones inherentes al universo en estudio. Así, el universo alumnos de universidad, se puede estratificar por universidades, facultades, especialidades, cursos, etcétera; a los profesores de EGB, por tipo de enseñanza —pública o privada—, comunidades autónomas, tamaño del centro, etcétera. En estos casos también es posible controlar el número

[12] Es difícil conocer de antemano la varianza por estratos, referida a variables concretas. No obstante, se puede disponer de indicadores que permitan determinar, en general, cuáles son los estratos más homogéneos y cuáles los más heterogéneos desde distintas perspectivas: distribución de rentas, cohesión social, etcétera.

[13] El INE considera que las zonas rurales son más homogéneas que las urbanas y, por eso, carga la muestra en estas últimas.

[14] J. L. SÁNCHEZ CRESPO, *Curso intensivo de muestreo en poblaciones finitas*, 3.ª edición, Madrid, INE, 1984, p. 41.

[15] Leslie KISH, *Muestreo de encuestas*, México D.F., Editorial Trillas, 1972, p. 131.

de estratos, siendo el investigador el que tiene que decidir las variables que va a utilizar para estratificar y el número de estratos resultantes. En cualquiera de los casos, y como norma general, hay que dejar claro que la estratificación tiene un límite y que, incluso operativamente, la multiplicación excesiva de estratos puede complicar el diseño, ya que aparecerán estratos vacíos o casi vacíos.

Finalmente, y antes de pasar a explicar con un ejemplo cómo se opera en el caso del muestreo estratificado, se quiere señalar que este tipo de muestreo es el más utilizado tanto en muestreos monoetápicos como en polietápicos, en los que suele acompañar a otras formas de muestreo. De ahí que se debiera dedicar, en cada caso, una especial atención a la estratificación, clave de las ventajas de este sistema de muestreo.

Volviendo sobre el desarrollo de una muestra estratificada se va a explicar, a continuación, cómo se opera en el muestreo estratificado tipo, el monoetápico, para hablar, en otro epígrafe, de la utilización de la estratificación en los muestreos polietápicos. Tomando el proceso de muestreo desde el principio, se puede concretar en el siguiente ejemplo [16]:

Universo: Trabajadores de Iberia.

Estratificación: Dada la gran heterogeneidad de funciones que existen dentro de la compañía se pensó en subdividir al personal en estratos homogéneos. Para ello, y a partir del catálogo de puestos de trabajo de la empresa, un grupo de personas conocedoras de la misma hizo los siguientes estratos:

— Directivos y técnicos de grado superior.
— Técnicos de grado medio y técnicos auxiliares.
— Administrativos.
— Especialistas y servicios auxiliares.
— Pilotos y operadores de radio.
— Auxiliares de vuelo.

Se hicieron, por lo tanto, seis estratos, cada uno de los cuales reunía a personas de intereses profesionales parecidos y distintos de los intereses de los otros grupos. Aparte de las ventajas de esta estratificación para mejorar la precisión de las estimaciones [17], también permitió la realización de seis submuestras, tal como aparece en el cuadro 2.2. Dichas submuestras son representativas de cada una de las poblaciones de las que fueron extraídas.

Tamaño de la muestra: El tamaño de la muestra se fijó en 1.500 entrevistas, buscando un compromiso entre representatividad del universo y de

---

[16] Se trata de una encuesta realizada a los trabajadores de Iberia en septiembre-octubre de 1987 (núm. 1.692 del Banco de Datos del CIS).

[17] Tal como se ve en el capítulo 4 la estratificación cuando se hace con variables que correlacionan con el objeto de la investigación disminuye los errores muestrales para un tamaño dado de la muestra.

CUADRO 2.2

ESTUDIO DE IBERIA. DISTRIBUCIÓN DE LAS ENTREVISTAS POR ESTRATOS

Submuestra	*Universo* ‰		*Entrevistas* ‰		*Entrevistas* *Número*		*Coeficiente de ponderación*
10. Directivos y Técnicos de Grado Superior	35		133		200		0,263
11. Directivos		5		19		28	
12. Téc. Grado Superior		30		114		172	
20. TGM y Técn. Auxiliares	75		167		250		0,449
21. TGM		22		49		73	
22. Téc. Auxil.		53		118		177	
30. Administrativos	255		200		300		1,275
31. Cuerp. Sup. Admtvo.		11		8		12	
32. Cuerpo Gral. Admtvo.		244		192		288	
40. Esp. y Serv. Aux.	413		167		250		2,473
50. Pilotos y OTV	71		133		200		0,755
51. Pilotos		52		97		146	
52. OTV		19		36		54	
60. Auxiliares de vuelo	151		200		300		0,755
Total	1.000	1.000	1.000	1.000	1.500	1.500	

FUENTE: CIS.

cada uno de los grupos. La muestra es plenamente representativa del universo trabajadores de Iberia y, con menor precisión, de cada uno de los grupos en que se dividió el universo.

Afijación [18]: Tal como se ve en el cuadro 2.2, la afijación no fue proporcional porque se buscaban submuestras representativas. De ahí que se fijara

[18] Este concepto se estudia en el capítulo 3 al que nos remitimos.

el número mínimo de entrevistas por estrato en 200 y el máximo en 300, dada la limitación de 1.500 entrevistas en total.

Ponderación [19]: Cada una de las submuestras se puede tabular por separado. Si se desea tabular la muestra conjuntamente es necesario proceder a la ponderación porque las tasas de muestreo son distintas en cada submuestra. Se incluyen los coeficientes de ponderación en la última columna del cuadro 2.2.

Selección de los elementos de la muestra: La selección se hizo en una sola etapa utilizando la técnica del muestreo sistemático. Para ello se partió de los listados nominales de la población de cada estrato, dentro del cual se hizo la selección de la submuestra correspondiente. Primero se eligió, al azar, un número no superior al coeficiente de elevación y, posteriormente, se eligieron los números siguientes, con sólo añadir al anterior el valor del coeficiente de elevación. Una alternativa a esta solución hubiera sido extraer los elementos de cada submuestra de la lista nominal de individuos, utilizando el muestreo aleatorio simple.

Muestreo aleatorio por conglomerados

En los tipos de muestreo analizados la unidad muestral la componen los elementos de la población objeto de la investigación. Existe otro procedimiento de muestreo, también aleatorio, en el que la unidad muestral no son los individuos, sino un conjunto de individuos que, bajo determinados aspectos, se puede considerar que forman una unidad. A este tipo de muestreo se le denomina muestreo por conglomerados. Las unidades hospitalarias, los departamentos universitarios, una caja de productos terminados, constituyen ejemplos de conglomerados naturales. Existen otros tipos de conglomerados no naturales formados también por conjuntos de elementos, que pueden recibir el mismo tratamiento muestral que los casos anteriores como, por ejemplo, las urnas electorales. Hay que destacar, además, por su gran utilización, los conglomerados definidos «como áreas o partes bien delimitadas del terreno, de modo que todas las unidades últimas correspondientes al área sean las que constituyen el conglomerado» [20]. En estos casos, en vez de hablar de muestreo por conglomerados, se suele hablar de muestreo por áreas, aunque la técnica a utilizar es la misma.

Definidas las unidades muestrales, los conglomerados, la forma de operar para extraer la muestra depende, entre otras cosas, del tamaño del mismo. Cuando éste es pequeño, se puede proceder de forma similar a la señalada en los epígrafes anteriores, pero entrevistando a todos los elementos del conglomerado. Si los conglomerados son muy grandes resulta im-

---

[19] *Ibid.*

[20] F. Azorín Poch, *Curso de muestreo y aplicaciones*, Madrid, Aguilar, 1972, p. 151.

posible la aplicación de las entrevistas a todos y cada uno de sus elementos por lo que hay que recurrir al submuestreo.

El muestreo por conglomerados monoetápico, que es el que ahora interesa, se reduce en la práctica a la aplicación de los muestreos aleatorio simple, sistemático o estratificado, pero tomando como unidad de muestreo los conglomerados y no los individuos, tal como se puede ver con un ejemplo tomado de la realidad [21]. La muestra que sirvió de base para este estudio se diseñó mediante muestreo aleatorio por conglomerados con las siguientes características:

Universo: Las unidades —clases— de primero, segundo y tercero de BUP de los centros escolares del municipio de Madrid.

Estratificación: Los centros se estratificaron según su tamaño y su pertenencia al sector público o privado. Del cruce de estas dos variables se obtuvieron los 9 estratos que aparecen en el cuadro 2.3.

Tamaño de la muestra: Se fija en 133 unidades —clases—. Éstas se distribuyeron de forma proporcional al peso de cada estrato. Las 133 unidades responden a unos 4.000 alumnos.

Selección de los elementos de la muestra: A partir de un listado de unidades —clases— por centros escolares y estratos se extrajeron las unidades que deberían formar parte de la muestra, mediante muestreo aleatorio simple. Los cuestionarios se aplicaron a todos los alumnos de las clases seleccionadas.

Las muestras por conglomerados están más concentradas frente a una dispersión mucho mayor en el resto de los métodos de muestreo. Por eso

CUADRO 2.3

DISTRIBUCIÓN DE LOS ALUMNOS DE BUP DEL MUNICIPIO DE MADRID POR ESTRATOS

Tamaño	*Tipo de centro*			
	Público	*Privado religioso*	*Privado no religioso*	*Total*
Pequeño	7	154	159	320
Mediano	90	94	120	304
Grande	350	9	17	376
Total	447	257	296	1.000

NOTA: La distribución está expresada en tantos por mil.
FUENTE: Explotación de datos facilitados por el profesor Juan Luis RECIO.

[21] Se trata de un estudio realizado en 1988, con la financiación de la Cruz Roja Española, sobre la prevención del uso de drogas. El estudio lo dirigió el profesor Juan Luis RECIO.

los muestreos por conglomerados simplifican los procesos de extracción de la muestra, reduciendo costes y tiempo en su ejecución. En este tipo de muestreo el conocimiento del universo objeto del estudio se simplifica, dado que basta con tener un listado de conglomerados, del cual se van a seleccionar los que van a formar parte de la muestra. Son éstos, los seleccionados, los que van a servir de base para recoger la información que se pretende obtener mediante el muestreo. En resumen, se puede decir que en el muestreo por conglomerados la unidad muestral no son los individuos sino un conjunto de ellos; la muestra resultante está mucho más concentrada y se opera con un nivel de información sensiblemente inferior.

Muestreo polietápico

El submuestreo es una técnica que consiste en dividir en un cierto número de unidades más pequeñas las unidades de población utilizadas en el diseño muestral. Es, por tanto, un caso especial del muestreo aleatorio por conglomerados, en el que la unidad final de muestreo no van a ser los conglomerados sino subdivisiones de éstos.

Se utiliza, como norma general, cuando el número de elementos del conglomerado es elevado y, no sólo por la dificultad de entrevistar a todos y cada uno de los elementos del mismo [22], sino, y sobre todo, por la necesidad de conseguir estimaciones más precisas. Como dice KISH: «Cuando se compara una muestra de conglomerados con una muestra de elementos del mismo tamaño *n*, podemos esperar una varianza mayor pero un costo menor, en la muestra de conglomerados. En general, la mayor distribución de una muestra de elementos en la población produce mayor precisión, pero es más costosa. Aunque esta situación no es universal, es común y puede llevarnos al submuestreo. El submuestreo resulta de la búsqueda de un punto de equilibrio entre los dos efectos conflictivos de la conglomeración de los elementos en la economía del diseño; la disminución en el grado de conglomeración puede disminuir la varianza notablemente, sin incurrir en un aumento proporcional en el costo» [23].

El submuestreo, por tanto, afecta al grado de conglomeración, dispersa la muestra y, aunque puede repercutir negativamente en los costes, influye positivamente en la precisión de las estimaciones ya que puede hacer disminuir la varianza total.

[22] En un muestreo por áreas, en el que se tome como unidad la sección censal, que tiene en torno a los 2.000 elementos —individuos—, es impensable que hubiera que entrevistar a todos y cada uno de los individuos.

[23] Leslie KISH, *Muestreo de encuestas*, México D.F., Editorial Trillas, 1972, p. 189.

Etapas del muestreo

En este tipo de muestreo, la selección de las unidades últimas, a las que se ha de aplicar la muestra, se realiza por etapas sucesivas. «La selección de conglomerados en primer lugar y de elementos a continuación, requiere de dos etapas de selección. Este método se puede extender rápidamente a más etapas. El muestreo polietápico consiste en una jerarquía de diferentes tipos de unidades; cada unidad de primera etapa se divide, o es potencialmente divisible, en unidades de segunda etapa, etcétera» [24].

Las unidades de primera etapa se llaman *unidades primarias de muestreo* y a las unidades subsecuentes, *unidades de segunda etapa,* etcétera; a las unidades finales se las suele llamar *unidades últimas de muestreo.* Aunque en este tipo de muestreo las unidades seleccionadas en las etapas sucesivas son de menor tamaño, el proceso no llega, necesariamente, hasta la selección de elementos individuales. La selección se puede detener en la extracción de conglomerados tales como hogares, clases de alumnos, unidades hospitalarias, etcétera, que, en este caso, serían las unidades últimas de muestreo.

En cuanto a la información requerida para el desarrollo de cada una de las etapas hay que señalar que ésta varía y se reduce a medida que el proceso avanza. «Se requerirá un marco en cada etapa para las unidades que han sido seleccionadas en ella. Inicialmente, se requiere un marco mediante el cual se puedan definir y seleccionar las unidades de primera etapa. Para la segunda etapa de selección se requiere un marco mediante el cual las unidades secundarias se puedan definir dentro de las de primera etapa que han sido seleccionadas» [25]. Esto representa una gran ventaja, desde el punto de vista operativo, ya que se puede trabajar con información reducida y, en cualquiera de los casos, referida sólo a las unidades que intervienen en cada etapa del proceso de selección.

Avanzando en el estudio de los muestreos polietápicos de conglomerados, hay que destacar la importancia que, para el desarrollo de la muestra, tiene la estructura del conglomerado. Se hace referencia, en concreto, a su homogeneidad o heterogeneidad y a su tamaño. Lo primero influye en el número de conglomerados que se han de seleccionar, mientras que lo segundo, el tamaño, en el método de selección de los mismos.

Cuando los conglomerados son homogéneos basta con coger, en primera etapa, pocas unidades de cada uno de ellos y, por lo tanto, hay que aumentar el número de conglomerados que se seleccionan. Si, por el contrario, los conglomerados de primera etapa son heterogéneos, se pueden tomar más elementos por conglomerado y, consiguientemente, hay que seleccionar

---

[24] *Ibid.*
[25] *Ibid.*, p. 190.

un número menor. Guardando estos principios, también se podría abordar el problema operando con conglomerados relativamente grandes que, previsiblemente, serían más heterogéneos. Ello permitiría seleccionar muchos elementos por conglomerado y, por tanto, pocos conglomerados. Dado que esta situación no siempre es viable habrá que mantenerla como una nueva posibilidad de actuar, pero sin renunciar a los principios antes reseñados. ABAD DE SERVÍN resume así ambas soluciones: «Desde el punto de vista de la precisión, en un esquema de submuestreo interesa que las unidades primarias sean altamente heterogéneas respecto a la(s) característica(s) en estudio. Una manera de lograr esta heterogeneidad consiste en definir a la unidad primaria de manera que resulte grande relativamente, para así usar el criterio que es válido en muchas ocasiones y que establece que, a mayor lejanía, mayor diferencia o asemejanza entre unidades, familias pobres y familias ricas. Si ocurre esto, pueden elegirse para la muestra a pocas unidades primarias. Si por el contrario, los conglomerados primarios resultan ser muy homogéneos, se hace necesario aumentar la fracción de muestreo de las primarias o, en otras palabras, aumentar el tamaño de muestra de ellas, para percatarse y tomar en consideración la alta variabilidad entre primarias. En esta situación, dentro de las unidades primarias muestrales se elegirán pocas unidades secundarias, ya que los elementos en la misma primaria tenderán a parecerse» [26].

Tamaño de los conglomerados y proporcionalidad

Los conglomerados no siempre tienen un tamaño similar y esto afecta al proceso de selección de la muestra, ya que no deben tener la misma probabilidad de formar parte de la misma conglomerados con pesos poblacionales distintos. En estos casos se suele recurrir a otras técnicas de las que se hablará más adelante. Dado que el problema se plantea, frecuentemente, en el muestreo por áreas, se va a estudiar en este contexto, al filo del diseño de una muestra de estas características [27]. Se incluyen las fases del muestreo y las soluciones que se suelen dar, cuando los conglomerados son de distinto tamaño. El ejemplo que se va a utilizar es el siguiente:

Universo: Población de la provincia de Madrid de 18 años y más.
Tamaño: 1.000 entrevistas.
Afijación: Proporcional.
Procedimiento de muestreo: Estratificado por conglomerados con selección de las unidades de primera etapa de forma proporcional, de segunda

[26] A. ABAD DE SERVÍN y L. A. SERVÍN ANDRADE, *Introducción al muestreo*, México D.F., Limusa, 1978, p. 190.

[27] Se trata sólo de explicar las técnicas que se utilizan cuando los conglomerados son de distinto tamaño. Para ello, se hace una breve referencia a las fases del muestreo.

etapa de forma aleatoria simple y, las de última etapa, por rutas y tablas aleatorias.

Estratificación: En primer lugar se procede a la estratificación, operación prácticamente inseparable de los muestreos por conglomerados. En este caso se hace por tamaño de hábitat y presenta los resultados del cuadro 2.4.

CUADRO 2.4

POBLACIÓN DE LA PROVINCIA DE MADRID ESTRATIFICADA POR TAMAÑO DE HÁBITAT

Estratos: tamaños del habitat	*Población en tanto por mil*
1. Menos de 2.000 habitantes	17,8
2. De 2.001 a 10.000 habitantes	32,2
3. De 10.001 a 50.000 habitantes	58,1
4. De 50.001 a 100.000 habitantes	68,8
5. De 100.001 a 400.000 habitantes	183,4
6. Más de un millón	639,7
	1.000,0

FUENTE: Explotación de datos del censo de población.

Selección de las unidades de muestreo: A cada estrato le corresponde un número de entrevistas igual al tanto por mil que representa sobre la población total, dado que se trata de un muestreo proporcional y de una muestra de 1.000 entrevistas. Fijándonos en el estrato 3, la extracción de la muestra seguiría estos pasos.

La primera etapa consistiría en la selección de los municipios en que deben realizarse las 58 entrevistas del estrato. Para que exista una adecuada dispersión de la muestra se podrían extraer 3 municipios, haciendo en el primero 20 entrevistas y 19 en los restantes. La selección de estos tres municipios se ha de hacer con probabilidad proporcional al peso de la población de cada municipio, mediante el empleo de una tabla de números aleatorios y operando sobre los datos agrupados de forma similar a como aparecen en el cuadro 2.5.

En la segunda etapa se eligirían las áreas de menor tamaño, de las que se van a extraer, en una tercera etapa, los elementos individuales que se van a entrevistar. Aquí las técnicas pueden ser varias y para exponerlas se va a continuar desarrollando el ejemplo anterior.

Se supone que el último número que salió en la tabla aleatoria, al hacer la selección de primera etapa, fue el 912, y, por tanto, fue seleccionado Valdemoro (véase cuadro 2.5). Como en este municipio hay que hacer 19 entrevistas, éstas se pueden repartir en dos bloques de 10 y de 9 entrevistas, respectivamente. Para elegir las dos áreas en que se van a hacer estas entrevistas lo más correcto parece recurrir a las secciones censales, unidades territoriales utilizadas en casi todos los países y que, en teoría, en España, tienen alrededor de 2.000 habitantes. A partir de aquí, la selección de estas dos secciones se puede hacer de distinta forma, pero para ello es necesario conocer la distribución de las secciones censales del municipio (véase cuadro 2.6).

CUADRO 2.5

MUNICIPIOS DEL ESTRATO 3. CIFRAS ABSOLUTAS, POBLACIÓN ACUMULADA Y TANTO POR MIL

Código municipio	*Municipios*	*Población*	*Población acumulada*	*Tantos por mil*
13	Aranjuez	36.687	36.687	232,43
14	Arganda	23.872	60.559	383,67
40	Ciempozuelos	10.076	70.635	447,51
45	Colmenar Viejo	29.495	100.130	634,38
47	Collado Villalba	20.396	120.526	763,60
127	Rozas de Madrid (Las)	20.818	141.344	895,49
161	Valdemoro	16.496	157.840	1.000,00

FUENTE: Explotación de datos del censo de población.

CUADRO 2.6

SECCIONES CENSALES DE VALDEMORO. CIFRAS ABSOLUTAS, POBLACIÓN ACUMULADA Y TANTO POR MIL

Secciones	*Población*	*Población acumulada*	*Tantos por mil*
Distrito 1			
1	982	982	60
2	1.021	2.003	121
3	1.982	3.985	242
4	1.062	5.047	306
5	1.102	6.149	373
6	1.995	8.144	494
Distrito 2			
1	1.256	9.400	570
2	1.875	11.275	683
3	1.497	12.772	774
4	634	13.406	812
5	1.462	14.868	901
6	1.628	16.496	1.000

FUENTE: Explotación de datos del INE.

Una primera técnica de extracción de las dos secciones sería la selección aleatoria simple, en la que a todas las secciones se da la misma probabilidad de formar parte de la muestra. Este sistema no exige cálculos complementarios, pero no tiene en cuenta que, de hecho, las secciones no suelen ser de igual tamaño. Una segunda técnica sería similar a la utilizada para la selección de las unidades de primera etapa. Se trata de la selección aleatoria proporcional, que podría realizarse con los datos acumulados en la última columna del cuadro 2.6. Finalmente, cabe la posibilidad de actuar sobre el marco muestral en un intento de formar conglomerados —áreas— de tamaño similar. En nuestro caso se podrían refundir en una las secciones 1 y 2 del distrito 1; la 4 y 5 del mismo distrito y la 1 y 4 del distrito 2. Con ello se habrían reducido a 9 las áreas —secciones— y, además, se habrían homogeneizado considerablemente los tamaños de las mismas.

De las técnicas aplicadas para la selección de las unidades de segunda etapa, la última, la que hace referencia a la reestructuración de los conglomerados —áreas— para convertirlos a tamaños similares, resulta muy costosa. Por eso no se utiliza y porque, además, hay soluciones alternativas que ofrecen buenos resultados. Por su parte, la selección aleatoria simple ofrece garantías de equiprobabilidad si las secciones tienen tamaños similares, pero no en caso contrario. De ahí que su utilización debiera reservarse a los casos en que las diferencias de tamaño no sean notables. Finalmente, la extracción de los conglomerados mediante selección aleatoria proporcional responde a una técnica desarrollada por HANSEN y HURWITZ [28] en la que cada conglomerado —sección, área, etcétera— tiene probabilidad proporcional a su tamaño de formar parte de la muestra. Por eso es el más utilizado de los tres sistemas reseñados.

Dada la importancia que tiene el empleo de la técnica adecuada en el diseño de muestras, el Servicio de Muestreo del CIS está realizando diferentes investigaciones sobre la incidencia de diseños alternativos en la precisión de las estimaciones. Se trata de introducir modificaciones en un diseño base y probar cuál de ellas permite ajustar mejor las estimaciones.

Haciendo referencia al tema que aquí interesa, se trabajó con una muestra de 500 elementos, referida a la provincia de Álava. El diseño fue similar al que aquí se ha desarrollado para la provincia de Madrid, pero a la hora de elegir las unidades de segunda etapa, se utilizaron dos métodos; en un primer diseño, el aleatorio proporcional, y, en un segundo, el aleatorio simple. Después, y con cada uno de los diseños, se estimó la estructura de edades de la población de la provincia, fácilmente contrastable puesto que existen los datos reales, deducidos del padrón. El resultado de la experiencia se ofrece en el cuadro 2.7.

La columna C refleja, en términos relativos, la diferencia entre las esti-

[28] M. H. HANSEN y W. N. HURWITZ, «On the theory of sampling from finite populations», *Ann. Math. Stat.*, 14, 1943, pp. 333-362.

CUADRO 2.7

ESTRUCTURA DE LA POBLACIÓN DE LA PROVINCIA DE ÁLAVA Y ERRORES RELATIVOS RESULTANTES DE LA APLICACIÓN DE UNA MUESTRA CON DISTINTOS DISEÑOS

Estructura de edades (años)	*Estructura real*	*Estimaciones*		*Errores relativos*	
		A	*B*	*C*	*D*
16-19	9,08	9,34	9,33	2,86	2,75
20-24	11,00	11,54	11,55	4,91	5,00
25-29	10,60	10,89	10,41	2,74	−1,79
30-34	10,00	9,52	9,20	−4,70	−7,91
35-39	10,00	9,70	9,45	−3,00	−5,5
40-44	8,88	8,66	8,69	−2,48	−2,14
45-49	7,45	7,43	7,44	−0,27	−0,13
50-54	7,98	7,89	7,87	−1,13	−1,38
55-59	6,79	6,93	6,99	2,06	2,95
60-64	5,55	5,52	5,67	−0,54	2,16
65-69	4,12	4,19	4,35	1,70	5,58
70-74	3,48	3,49	3,71	0,29	6,61
75 y más	5,07	4,83	5,25	−4,73	3,55
	100,00				

NOTA: Estructura real: es la que se deduce de la explotación del Padrón de 1986.
A. Estimaciones que se deducen de una muestra con selección aleatoria proporcional.
B. Estimaciones resultantes de una muestra con selección aleatoria simple.
C. Diferencias entre las estimaciones en A y la estructura real, expresadas en porcentajes de la estructura real.
D. Diferencias entre las estimaciones en B y la estructura real, expresadas en porcentajes de la estructura real.

FUENTE: Investigación sobre validación de muestras. CIS.

maciones obtenidas con la muestra en que se aplicó la selección aleatoria proporcional y la estructura real. La columna D refleja, también en términos relativos, la diferencia entre las estimaciones obtenidas a partir de la selección aleatoria simple y la estructura real. Hechas estas anotaciones hay que resaltar que tanto las estimaciones que corresponden a la columna A como las de la columna B son bastante precisas [29], a pesar del alto número de categorías en que se ha dividido la estructura de edades. No obstante, las estimaciones de la columna A son más precisas ya que como se observa

[29] La precisión de las estimaciones es mayor cuando el error relativo es más pequeño. Para dar una idea de la precisión se recuerda que, hasta hace poco, el INE, en la introducción a la publicación de la EPA, decía que se podrían considerar como estimaciones válidas aquellas cuyo error relativo no superara el 10 %.

en C, hay cinco valores con un error relativo inferior al 2 % y, en ninguno de los casos, el error relativo supera el 5 %. Las diferencias en la columna D son bastante más elevadas, en conjunto, ya que sólo hay tres valores con error relativo inferior al 2 % y hay cuatro en que se supera el 5 %.

En consecuencia, se confirma, una vez más, que el tema de la proporcionalidad no es baladí y, por lo tanto, hay que tenerlo en cuenta a la hora de realizar los correspondientes diseños.

Selección de las unidades últimas de muestreo

En el ejemplo desarrollado, realización de una muestra en Madrid, se ha llegado hasta la selección de las unidades de segunda etapa, las secciones censales. Falta por elegir, aleatoriamente, y con probabilidades iguales, a los individuos dentro de las secciones seleccionadas. Aquí, los sistemas utilizados, con mayor o menor fortuna, se multiplican, por lo que parece necesario proceder a una ordenación de los mismos [30].

En primer lugar, hay que hablar del sistema utilizado por el Instituto Nacional de Estadística en sus encuestas dirigidas a hogares: EPA, Presupuestos familiares, etcétera. En ellas, una vez elegida la sección, el Instituto procede a la selección de las unidades últimas de muestreo, a partir de listados sobre la composición de la sección: viviendas, hogares, individuos. Esto permite utilizar métodos de selección más rigurosos, ya que se tiene más información sobre el marco muestral gracias a los datos facilitados por los censos de habitantes. Por otra parte, sus muestras actúan sólo sobre 3.000 secciones de las 33.000 existentes, lo que permite una continua actualización de las mismas para tener al día el marco muestral. Este sistema sólo es utilizado por el INE y por alguno de los institutos de estadística de las Comunidades Autónomas porque sólo ellos tienen acceso a la información completa del censo de habitantes.

Otros institutos de investigación, entre ellos el CIS, se basan en las secciones censales como unidades de segunda etapa y, a partir de ellas, se hace la elección de los elementos de la muestra. Ésta se puede hacer de múltiples formas pero, como sistemas más generalizados, se utilizan dos. En ambos se hacen alrededor de 10 entrevistas por sección, por lo que hay que seleccionar un número alto de secciones; las entrevistas se realizan necesariamente en las secciones seleccionadas y solamente en las viviendas.

El primer sistema a que se hace alusión es el de las rutas aleatorias dentro de la sección. Elegido el comienzo de la ruta, el entrevistador ha de

[30] El estudio se centra en el muestreo por áreas porque las técnicas son específicas y variadas y no se abordan en otro apartado. Para la selección de las unidades últimas, en otro tipo de muestreo por conglomerados, se suele recurrir a alguno de los sistemas reseñados al hablar de los muestreos monoetápicos.

seguir las calles, según normas muy concretas que indican los giros a derecha e izquierda, eligiendo solamente los edificios terminados en los números que se seleccionan para cada estudio. Una vez en el edificio, si tuviera más de una vivienda, la elección de la escalera, del piso, de la vivienda en el piso y de la persona a entrevistar dentro de la vivienda se hace siguiendo hojas de contacto, como la que se adjunta. En ésta, el cruce de la primera columna con la primera fila, va marcando la selección aleatoria que corresponde. Por ejemplo si el edificio tiene 10 plantas y se trata de la cuarta entrevista de la ruta, hay que elegir la planta 5; si en la vivienda hay 8 personas de dieciocho años y más y es la entrevista cuarta, hay que elegir la 6, etcétera.

El segundo sistema consiste en el estudio detallado y previo de las secciones antes de aplicar las entrevistas. El coordinador de la zona levanta un croquis de la sección, calcula aproximadamente el número de viviendas y las refleja en el croquis y, a partir de ahí, fija la ruta y la frecuencia de selección de los entrevistados: una de cada 100 viviendas, por ejemplo. Posteriormente, saca, al azar, un número aleatorio y es éste el que marca el comienzo de la ruta que se ha de seguir. Una vez en la vivienda, la selección de los individuos se hace como en el caso anterior.

En este método hay un estudio previo de la sección, realizado por pocas personas —los coordinadores—, lo que permite unificar criterios y, además, se aporta una hoja de ruta, muy estudiada, que facilita la inspección de los trabajos de campo. El resultado de su aplicación es bueno, tal como se ha constatado en diferentes estudios sobre predicción de voto [31].

Estos sistemas de elección son aleatorios y no necesitan un conocimiento del marco muestral tan amplio como en el caso del INE. Sin embargo, su aplicación también ofrece dificultades porque la persona elegida, aleatoriamente, para ser entrevistada impone a la muestra una gran rigidez: no está en casa y volverá tarde, está de viaje, no quiere contestar, no se abre la puerta de la vivienda, etcétera. El éxito radica en la rigurosa aplicación de las normas referentes a la aleatoriedad de la selección y en evitar el recurso fácil a las sustituciones. Para ello será necesario hacer, en los casos más difíciles, hasta tres visitas a la vivienda con lo que se garantiza un alto porcentaje de respuestas.

Finalmente, se quiere hacer alusión a un método de selección utilizado por muchas consultoras y que parte de marcos muestrales más incompletos. En estos casos, una vez elegidos los municipios donde se van a realizar las entrevistas, se pasa a definir el número de rutas, tantas como sean necesarias para hacer en cada una de ellas de 8 a 10 entrevistas, aproximadamen-

[31] El autor de este trabajo realizó, para la Academia de Humanismo Cristiano de Santiago de Chile, un diseño muestral basado en esta técnica. Se viene aplicando en Chile desde febrero de 1988 y ha dado resultados óptimos tanto en los sondeos previos al Plebiscito como en los realizados con motivo de las elecciones generales de 1989.

HOJA DE CONTACTO

N.º estudio .... Nombre entrevistador ....
Municipio .... Provincia ....
Día de la semana.. Hora ....
Dirección ....

SELECCIÓN ALEATORIA PARA DETERMINAR LA PERSONA A ENTREVISTAR

Personas de más de 18 años			*Número de orden de la entrevista*														
Edad	*Sexo* *H*	*Sexo* *M*	*1.ª*	*2.ª*	*3.ª*	*4.ª*	*5.ª*	*6.ª*	*7.ª*	*8.ª*	*9.ª*	*10.ª*	*11.ª*	*12.ª*	*13.ª*	*14.ª*	*15.ª*
1	X	X	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	X	X	2	2	1	2	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2
3	X	X	1	1	3	3	2	3	3	3	2	1	2	1	2	2	1
4	X	X	3	1	3	4	2	2	1	2	3	4	3	4	1	4	2
5	X	X	3	4	1	5	2	4	3	1	2	5	1	5	3	2	4
6	X	X	5	1	1	3	5	6	3	2	2	4	3	6	2	4	5
7	X	X	5	2	7	3	2	2	4	6	3	1	1	6	5	4	7
8	X	X	4	5	3	6	8	1	8	5	2	2	7	6	4	7	1
9	X	X	8	2	4	9	7	1	6	3	5	7	1	8	3	2	4
10	X	X	8	7	8	5	3	2	1	6	1	9	5	10	4	10	2

RESULTADO DE LA ENTREVISTA

A. Entrevista conseguida en
1.ª visita
2.ª visita
3.ª visita

B. Entrevista negativa
1.ª visita
2.ª visita
3.ª visita

NOTA: Se rellenará una hoja de contacto tanto por cada entrevista conseguida como por cada negativa, por lo cual cada entrevistador llevará un número superior de hojas de contacto al de entrevistas que debe realizar.

te. Posteriormente y sobre mapas se eligen aleatoriamente los puntos, dispersos por toda la ciudad, donde deben iniciarse las rutas. El desarrollo de éstas y la selección de los individuos siguen diseños similares a los expuestos anteriormente.

Muestreo por cuotas

Para evitar las rigideces de los sistemas anteriores, se recurre muchas veces a los muestreos por cuotas. Es un sistema de muestreo ampliamente utilizado por los institutos dedicados a los estudios de opinión y de mercado. Se aplica en la última etapa y consiste en facilitar al entrevistador el perfil de las personas que tiene que entrevistar en cada una de las secciones o de las rutas en que se va a hacer la aplicación de las entrevistas. De esta forma, la selección aleatoria de las unidades últimas de muestreo se sustituye por una selección dejada, en parte, al criterio del entrevistador, con la condición de que se cumplan determinados requisitos, fijados en las cuotas. Éstas, sacadas de los datos del censo, garantizan que las personas entrevistadas, bajo determinados aspectos, reflejan exactamente el universo de la muestra.

Los criterios a tener en cuenta a la hora de diseñar una muestra de cuotas hacen referencia, básicamente, a las variables que se van a utilizar. Deben ser pocas, de fácil aplicación en el conjunto de la muestra y en cada una de las rutas o secciones en que se van a hacer las entrevistas, y, sobre todo, deben relacionarse fuertemente con las variables de la encuesta. Sin embargo, estos criterios se suelen cumplir sólo parcialmente por la dificultad de llevarlos a cabo. En la práctica sólo se utilizan cuotas de sexo y edad que, en la mayoría de los casos, están poco relacionadas con las variables de la encuesta [32], pero que son de más fácil obtención. Algunas veces se suele introducir una tercera variable, referida a nivel de estudios, ocupación, ingresos, etcétera, pero esta práctica es poco frecuente porque introduce cierta rigidez en la aplicación de las entrevistas, justamente lo contrario de lo que se pretende con esta técnica.

Para explicar con un ejemplo el desarrollo de un muestreo de cuotas se señalan, a continuación, las fases principales de un muestreo de estas características, partiendo del supuesto de que se trata de una muestra dirigida a la población en general.

En primer lugar, se ha de tener en cuenta que el diseño de la muestra y el proceso de selección, en sus primeras fases, siguen el mismo camino que cualquier otra muestra, ya que las cuotas sólo afectan a la selección de las unidades últimas de muestreo. En cuanto a las variables que se van a utilizar para las cuotas no caben muchas alternativas ya que suele existir información escasa sobre el universo objeto de estudio. Por eso casi siempre se introducen las cuotas de sexo y edad, y, raras veces, las de nivel educativo. Sobre estas tres variables hay información suficiente en los censos de población, con desagregación a nivel provincial, aunque con un desfase de

---

[32] KISH, *Muestreo de encuestas, op. cit.*, p. 650, señala, por ejemplo, que las variables sexo y edad intervienen sólo en un 1 ó 2 % en la conducta electoral.

dos o tres años desde el momento de su recogida [33]. A partir de la información del censo o similar se reconstruye la estructura que debería tener la muestra en cuanto a las variables elegidas, teniendo en cuenta la distribución geográfica de las entrevistas. Esta estructura se traslada a las hojas de ruta que presentan un formato similar al que se ofrece en la hoja adjunta. Una vez la hoja en manos del entrevistador, éste tiene que seleccionar solamente a personas que cumplan las condiciones impuestas.

CUOTA DE EDAD, SEXO Y ESTUDIOS

Provincia.. Municipio..
Sección.. Número de entrevistas 10

Edades			*Varones*						*Mujeres*			
18-24	①	1	1			1	1	1				
25-34	2	2	2			②	2	2				
35-44	③	3	3			③	3	3				
45-54	④	4	4			④	4	4				
55-64	⑤	5	5			⑤	⑤	5				
Más de 64 años	⑥	6	6			⑥	6	6				
Estudios												
Menos de primarios	1	2	3	4	5	⑥	1	2	3	4	⑤	⑥
Primarios completos	1	2	3	4	⑤	6	1	②	3	4	5	6
Bachiller elemental y equivalentes	1	2	3	④	5	6	1	2	③	4	5	6
Bachiller superior	①	2	3	4	5	6	1	2	3	④	5	6
Grado medio	1	2	③	4	5	6	1	2	3	4	5	6
Universidad	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6

NOTA: El código de la edad identifica a los individuos en el nivel de estudios. En la parte superior se indica el sexo y la edad. Se ha señalado el círculo en la primera columna porque se ha elegido un solo individuo de esa edad y sexo. El número redondeado se traslada a la parte inferior del cuadro e indica el nivel de estudios que debe tener la persona elegida de cada sexo y edad: el número 1 de varones debe tener estudios de bachiller superior, etc.

Para que el proceso se acerque más a la aleatoriedad se suelen dar instrucciones muy concretas a los entrevistadores al objeto de evitar rutinas en la aplicación de las entrevistas. Estas instrucciones pueden ser las siguientes:

— Las entrevistas se harán sólo en las viviendas.
— Cuando en una vivienda haya más de una persona que reúna las condiciones exigidas por la cuota, se entrevista al más joven.

[33] Se está haciendo referencia a la publicación de los datos por parte del INE.

— El sistema no exige segunda visita para entrevistar a los ausentes. No obstante, si se tiene garantía de que la persona ausente volverá más tarde, debe repetirse la visita.
— Las entrevistas sólo pueden realizarse en las secciones o áreas previstas en la muestra.
— Finalmente, sería deseable que antes de iniciar la realización de las entrevistas se hiciera un croquis de la sección y, sobre él, se distribuyeran las entrevistas por toda el área.

El muestreo de cuotas es muy utilizado porque agiliza y simplifica el trabajo de campo, ya que la selección aleatoria de los elementos de la muestra —las unidades últimas de muestreo— plantea muchas dificultades a la hora de hacer las entrevistas. Es más, en muestreos probabilísticos hay que recurrir, muchas veces, a sustituciones, sin garantías de no deformar el diseño teórico inicial. Hay que añadir a lo anterior que, de hecho, la estructura de la población entrevistada se aleja, con frecuencia, de la del universo, debido a las sustituciones, que pueden introducir importantes desviaciones [34]. Por otra parte, en sondeos de opinión, el muestreo de cuotas suele dar resultados muy aceptables, comparables con los de sondeos totalmente probabilísticos, siempre y cuando el diseño muestral sea riguroso en todas sus fases. Entre las pocas investigaciones que se han hecho sobre el particular, en España, hay dos realizadas por el CIS. En ambos casos, se hicieron muestras paralelas sobre intención de voto en el área de Cataluña, con diseños similares, salvo la elección de las unidades últimas de muestreo que en un diseño fue probabilística y en el otro por cuotas. Los resultados de estas encuestas fueron similares en las dos experiencias realizadas y, en ambos casos, ajustados a los de las elecciones que se realizaron pocos días después.

A pesar de lo anterior, y de los buenos resultados que se obtienen en muchas ocasiones, el muestreo de cuotas no es un muestreo probabilístico y por ello no se pueden hacer estimaciones rigurosas, con medición de errores muestrales e intervalos de confianza. De ahí que, como dice DEMING [35], el muestreo probabilístico y el de cuotas son «mercancías diferentes que no son intercambiables». Por ello cuando se trata de encuestas estatales y, en general, de encuestas que se toman como base para decisiones importantes, hay que recurrir a muestreos totalmente probabilísticos a pesar de su coste y del tiempo que se necesita para la realización de una rigurosa recogida de la información en el trabajo de campo. Es la garantía para poder medir el grado de precisión de las estimaciones.

[34] Es práctica frecuente tener que acudir a ponderaciones de la encuesta para darle la estructura real del universo, no conseguida en las entrevistas.

[35] W. E. DEMING, *Some Theory of Sampling*, Nueva York, Wiley, 1950.

3
Tamaño de la muestra

Tamaño de la muestra y precisión de las estimaciones son conceptos inseparables, ya que las variaciones en uno de ellos afectan al otro y viceversa. Si aumenta el tamaño de la muestra lo hace el nivel de precisión de las estimaciones y, si se quiere conseguir una mayor precisión, es necesario modificar el tamaño de la muestra, salvo las acotaciones que se introducirán más adelante.

El tamaño de la muestra hace referencia al número de elementos del universo que se seleccionan para extraer de ellos la información que, después, se va a generalizar. La precisión de las estimaciones refleja la concentración de la distribución del estimador o, si se quiere, la magnitud de las desviaciones con respecto a la media obtenida en el muestreo. A medida que aumenta la precisión del estimador el intervalo de confianza se hace menor y, en ausencia de sesgos, las posibles diferencias entre los valores de los parámetros poblacionales y los estimados en el muestreo se hacen menores, tanto más cuanto mayor sea el nivel de precisión. Éste se mide por el error de muestreo, desviación típica del estimador, que refleja la dispersión de su distribución. En consecuencia, los errores de muestreo son concreción numérica del nivel de precisión de la estimación a que se refieren. Por eso hay que incluirlos en el estudio del tamaño de la muestra, que se calcula para variables y errores de muestreo determinados.

Antes de dejar esta incursión en el campo de la estimación y errores de muestreo, objeto de estudio del capítulo siguiente, hay que señalar que los errores de muestreo, que se fijan para el cálculo del tamaño de la muestra, deben variar según el tema de que se trate, puesto que los niveles de precisión requeridos son distintos según los objetivos de la investigación. La Encuesta de población activa, por ejemplo, dada su enorme trascendencia económica y social, necesita un nivel de precisión muy distinto al que se requiere para estimar el consumo de bebidas refrescantes.

Variables que intervienen

Volviendo al tema central de este capítulo, el estudio del tamaño de la muestra, hay que resaltar que si bien el nivel de precisión requerido —el error de muestreo— es el elemento más importante en este campo, puesto que condiciona y, en gran parte, determina la dimensión de la muestra, hay, también, otra serie de factores relevantes que, necesariamente, se han de tener en cuenta al dimensionar una muestra. Por eso se dedican a su estudio las páginas que siguen.

Varianza poblacional

En una bolsa se pueden incluir 500 bolas blancas y 500 bolas negras o se pueden incluir, entre otras muchas posibilidades, 100 bolas blancas y 900 bolas negras. La probabilidad de extraer, aleatoriamente, una bola blanca o una bola negra es, en el primer caso, de 500/1.000 y, en el segundo, de 100/1.000 para el caso de las bolas blancas y de 900/1.000 para el caso de las bolas negras. Como la suma de todas las probabilidades es igual a 1, también se puede decir que, en el primer caso, la relación entre las probabilidades es de 0,50-0,50, y, en segundo, de 0,10-0,90. Dicho de otra forma, la primera bolsa es más heterogénea que la segunda, ya que en esta última, las bolas negras, por sí solas, representan el 90 % del total del contenido, mientras que en la primera sólo representan el 50 %.

Esta distinta distribución del universo real incide en el tamaño de la muestra, de tal forma que, en el primer caso, sería necesario extraer un número mayor de elementos de la muestra que en el segundo. Ello quiere decir que, cuando la relación entre variables es muy desigual —10 % y 90 %, por ejemplo—, la población es más homogénea y se necesita una muestra de tamaño menor que cuando la relación es del 50 %. Dicho de otra forma, para un tamaño dado de la muestra, el error será menor cuando la relación entre variables sea más desigual.

El planteamiento anterior responde a un concepto central en el campo de la estadística inferencial. Se está haciendo referencia al análisis de la varianza que, como se sabe, es una medida de dispersión. Por eso, cuando una población es más homogénea, la varianza es menor y, consecuentemente, el número de entrevistas necesarias, para construir un modelo reducido del universo, será más pequeño. Puesto que el producto de dos probabilidades —P y $(1\text{-}P)$—, en el caso de sólo dos categorías, equivale a la varianza, en la medida en que cada una de ellas se aleje de 0,50 la varianza será menor. Por eso AZORÍN POCH afirma: «Obsérvese que al disminuir P disminuye n (el número de entrevistas), lo mismo que ocurre si P aumenta. Esto quiere decir que, a medida que se hace más uniforme la población, esto es, que la proporción tiende a ser cero o uno, será necesario un menor tamaño de la muestra para alcanzar determinada precisión» [1]. Al límite, y en determinadas situaciones, bastaría con una muestra de tamaño 1 para estimar

[1] Francisco AZORÍN POCH, *Curso de muestreo y aplicaciones*, Madrid, Aguilar, 1972, p. 65.

determinadas características de una población, siempre y cuando ésta fuese totalmente homogénea con respecto a la variable de análisis. Así, si se quiere estimar el color de las bolas de un bombo y se sabe que todas tienen el mismo color, es decir, que bajo este aspecto tienen homogeneidad total, varianza 0, es suficiente extraer una sola bola del bombo para estimar el color con total precisión.

Lo anterior permite resaltar que el conocimiento de la homogeneidad o heterogeneidad del universo, en el aspecto que se desea analizar, es de gran trascendencia ya que, cuando la homogeneidad aumenta, aumenta también el grado de precisión de la estimación para un número dado de entrevistas. Por tanto, en las operaciones previas al diseño muestral debería intentarse el conocimiento aproximado de la varianza, a efecto de tenerla en cuenta a la hora de decidir el tamaño de la muestra. Para ello se suele acudir a dos técnicas muy utilizadas en la investigación empírica. La primera proviene de la experiencia, el caso de estudios que se repiten periódicamente, y la segunda de prospecciones directas a través de estudios piloto. Los Eurobarómetros mensuales de las Comunidades Europeas y la Encuesta de población activa del INE obedecen a estudios periódicos cuyos universos son, en parte, conocidos y, en consecuencia, se dispone de una aproximación a las varianzas de distintas variables. Este conocimiento es suficiente a efectos del diseño de la muestra.

Los estudios piloto, previos a la realización de la investigación, son una práctica habitual en las ciencias sociales y de gran utilidad desde distintas facetas. En el caso que nos ocupa se trata de aproximarse al conocimiento de la varianza de la variable que interesa, para diseñar, después, el estudio. Baste recordar, como aplicación de esta técnica, el estudio piloto que el CIS y distintos organismos oficiales realizaron en 1985, previo a la encuesta sobre «condiciones de vida y trabajo de los españoles». En aquella ocasión se realizó un estudio piloto de estas características. (Véase cuadro 3.1.)

Como se observa, el estudio consta de cinco submuestras y, además, se

CUADRO 3.1

ENCUESTA PILOTO. NÚMERO DE ENTREVISTAS DE CADA SUBMUESTRA

Áreas	*Número de entrevistas*
Metropolitana de Barcelona	800
Metropolitana de Madrid	800
Provincia de Cádiz	500
Provincia de Ávila	300
Provincia de Alicante	500
Total	2.900

FUENTE: CIS.

extiende a áreas plenamente diferenciadas. Se realizan entrevistas en áreas metropolitanas, industriales, turísticas y agrícolas al objeto de tomar muestras de situaciones muy dispares que sirvan de referencia para el diseño del estudio definitivo. En concreto, el estudio piloto sirvió para probar el borrador del cuestionario y examinar las diferencias fundamentales entre zonas rurales y urbanas y entre áreas industriales, turísticas y agrícolas. Los datos facilitados sirvieron para calcular la varianza en relación a la actividad y, consecuentemente, para dimensionar la muestra y preparar una afijación no proporcional por provincias.

El estudio piloto reseñado no responde a los estudios que se suelen hacer ordinariamente. Se hizo un estudio ampliamente dimensionado y mediante un proceso de muestreo real. Se pretendía, con ello, tomar el máximo de garantías técnicas para la posterior realización de un estudio de 60.000 entrevistas con representatividad provincial. En la práctica, los estudios piloto suelen tener un número pequeño de entrevistas —entre 100 y 200— distribuidas entre la población que va a ser objeto de investigación. Ese número reducido es suficiente para orientar al investigador y facilitar el diseño muestral.

Hasta aquí se ha hablado del cálculo de la varianza con respecto a una variable, pero en la realidad son muchas las cuestiones que interesan y que deberían tenerse en cuenta a la hora de calcular la muestra. De ahí que, como dice PULIDO SAN ROMÁN, para el cálculo del tamaño de la muestra se deberían tener en cuenta las preguntas más relevantes o la fracción más importante del cuestionario: «Quiero indicar, por último, en relación con el tema de determinación del tamaño de la muestra, que, generalmente, una investigación mediante encuestas no se referirá a una única cuestión, sino que, como posteriormente veremos, recogerá datos sobre los múltiples aspectos que puede incluir un cuestionario. De esta forma, los resultados de cada pregunta exigirían un tamaño de muestra diferente para una misma fiabilidad. Ante la complejidad del problema, en la práctica se opta, generalmente, por determinar un tamaño de muestra tal que garantice una fiabilidad dada, bien en las preguntas clave o bien en una fracción importante del cuestionario. "A posteriori" deberá indicarse el margen de error que cabe esperar para los diferentes tipos de cuestiones base de la encuesta» [2].

Esto se traduce en que, una vez hecho el estudio de la varianza de las variables que más interesan, debería tomarse como punto de referencia la más heterogénea, la de varianza más alta y, por tanto, la que exige mayor tamaño de la muestra. En la práctica del muestreo, cuando no se realizan estudios previos de varianza o cuando se pretende estimar parámetros referidos a múltiples cuestiones, que se supone tienen diferencias notorias en su homogeneidad/heterogeneidad —varianza—, se toma la proporción

---

[2] A. PULIDO SAN ROMÁN, *Estadística y técnicas de investigación social*, Madrid, Pirámide, 1976, p. 184.

$P = (1 - P)$, es decir, las probabilidades 0,50 y 0,50. Esto exige un mayor tamaño de la muestra, para un nivel de precisión dado, encarece los costes, pero da garantías de no equivocarse por defecto al determinar el tamaño de una muestra, que se va a utilizar para estimar parámetros de variables muy dispares.

Tipo de muestreo

El tipo de muestreo utilizado tiene también su incidencia en el tamaño de la muestra. En general, tomando como referencia el muestreo aleatorio simple, suele suceder que el muestreo por conglomerados es menos preciso y el estratificado más [3]. En este último, que es el que permite obtener mayores ganancias en precisión, se trata de acotar, con la estratificación, subpoblaciones homogéneas en su composición y heterogéneas entre sí, con lo que se habrá conseguido disminuir la varianza total y, consiguientemente, serán necesarias menos entrevistas para el mismo grado de precisión. Esto hace que el estudio de la estratificación, aunque sólo fuera por las ganancias que aporta en precisión, sea relevante y haya que tenerlo en cuenta en los diseños muestrales. La influencia real de la estratificación sobre el nivel de precisión se cuantifica, en el capítulo 4, con un ejemplo real.

Nivel de confianza

Cuando se habla en estadística de nivel de confianza se hace referencia a la probabilidad de acertar, es decir, a la probabilidad de que una estimación, en ausencia de sesgos, se ajuste a la realidad. En consecuencia, el nivel de confianza hay que interpretarlo como una acotación de la función de densidad de probabilidades, o simplemente distribución de probabilidad. De ahí que el estudio de esta función sea de especial importancia en el campo de la estadística inferencial.

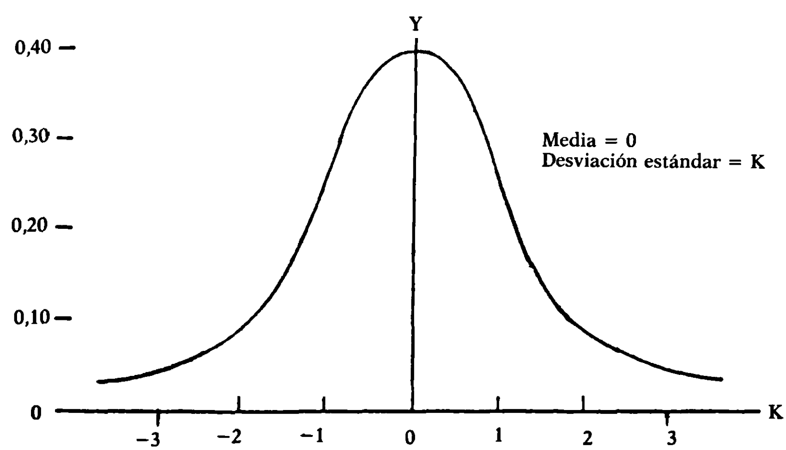
Entrando en este análisis, hay que anotar, en primer lugar, que «para muchas variables aleatorias, la distribución de probabilidad es una curva específica y bien delineada que recibe el nombre de curva normal o de Gauss...; es la distribución de probabilidad más útil en estadística» [4]. «Además, muchas distribuciones de las cuales deseamos encontrar las áreas bajo sus curvas de probabilidad correspondientes son aproximadamente normales. Por consiguiente, muchos problemas de estadística matemática se re-

[3] No se insiste en este tema porque se ha hablado de él en el capítulo 2 y se volverá a hablar en el capítulo 4, incluyendo los respectivos cálculos.

[4] Thomas H. WONNACOTT y Ronald J. WONNACOTT, *Introducción a la estadística*, México D.F., Limusa, 1979, p. 92.

suelven o se pueden resolver mediante una curva de distribución normal» [5]. Es más, cuando se trata de muestras relativamente grandes se puede asumir que siguen una distribución aproximadamente normal, como señalan todos los autores. En estos casos, cuando se da la normalidad, las distribuciones quedan perfectamente caracterizadas a partir de la media y la varianza y, por lo tanto, se puede calcular el área que queda bajo la curva, dadas las siguientes propiedades: «(1). La curva normal estándar se centra (tiene la media) en 0 y es simétrica respecto al 0. Esto significa que es exactamente igual a la derecha o a la izquierda de 0. (2). La curva normal estándar se extiende en forma indefinida hacia la derecha y hacia la izquierda, aproximándose cada vez más al eje horizontal pero sin tocarlo. Las curvas de distribución normal son curvas matemáticas. Por ello se supone que son posibles todos los valores a lo largo del eje horizontal. (3). El área total bajo la curva normal estándar es de 1,00. Por simetría, esto significa que existe un área de 0,5 a la derecha de la media 0, o un área de 0,5 a la izquierda» [6].

CURVA NORMAL ESTÁNDAR (O UNITARIA)



Con la ayuda del cuadro 3.2 se puede obtener la probabilidad correspondiente a cada una de las múltiples áreas que se pueden acotar en la curva normal con sólo fijar la desviación estándar [7]. Ésta delimita el nivel

[5] S. L. WEINBERG y K. P. GOLDBERG, *Estadística básica para las ciencias sociales*, México D.F., Interamericana, 1982, p. 167.

[6] S. L. WEINBERG y K. P. GOLDBERG, *ibid.*, p. 169.

[7] La tabla ofrece resultados para las desviaciones a la derecha o a la izquierda de la media. Cuando el área acotada por *K* desviaciones viene precedida del signo ±, significa que se acotan dos áreas simétricas, una a la izquierda y otra a la derecha de la media 0. En consecuencia, la probabilidad que aparece en la tabla, correspondiente al valor de *K*, hay que multiplicarla por 2.

CUADRO 3.2

ÁREAS BAJO LA CURVA NORMAL ESTÁNDAR (ÁREA ENTRE LA MEDIA 0 Y EL PUNTAJE K)
(Segundo lugar decimal en *k*)

K	*0,00*	*0,01*	*0,02*	*0,03*	*0,04*	*0,05*	*0,06*	*0,07*	*0,08*	*0,09*
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990
3,1	0,4990	0,4991	0,4991	0,4991	0,4992	0,4992	0,4992	0,4992	0,4993	0,4993
3,2	0,4993	0,4993	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4995	0,4995	0,4995
3,3	0,4995	0,4995	0,4995	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4997
3,4	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4998
3,5	0,4998									
4,0	0,49997									
4,5	0,499997									
5,0	0,4999997									

de confianza con que se desea trabajar y, por tanto, la probabilidad de ajustar a la realidad las estimaciones derivadas del diseño muestral.

Así, para la desviación estándar igual a ± 1, la probabilidad es de 0,3413 × 2 = 0,6826; para ± 2 desviaciones estándar, es de 0,4772 × 2 = 0,9544, etcétera. De acuerdo con la propiedad 2, *se pueden calcular las probabilidades no sólo para 1, 2 ó 3 desviaciones estándar, sino para cualquier valor, dentro de los límites de las abscisas.* Para el valor ± 1,5 desviaciones, por ejemplo, la probabilidad sería de 0,4332 × 2 = 0,8664, etcétera.

Todo ello quiere decir que, a la hora de diseñar la muestra, se debe fijar el nivel de confianza —la probabilidad de acertar— de acuerdo con los objetivos de la investigación. Si no se fija, la probabilidad será del 68 %, valor de la desviación igual a ± 1 y, si se fija, la probabilidad será la que se corresponda con ± el valor de la desviación (K) que se acote en el eje de abscisas. (Véase cuadro 3.2.)

En resumen, los distintos niveles de confianza corresponden a distintas probabilidades y la elección de un nivel mayor ofrece mayores garantías de acertar en la estimación. Como contrapartida, el tamaño de la muestra deberá ser mayor. En general, en las ciencias sociales, se suele trabajar con un nivel de confianza del 0,9544, que es el que corresponde a la probabilidad de la curva acotada por ± 2 desviaciones estándar. Ello significa que de 100 muestras que se diseñaran adecuadamente, la probabilidad de acertar en las estimaciones se daría en el 95,44 % de los casos, mientras que el riesgo estadístico de equivocarse se reduciría al 4,56 %.

Afijación de la muestra

La distribución de las entrevistas entre los diferentes subconjuntos en que se puede dividir el universo objeto del estudio se llama, en la terminología estadística, afijación de la muestra. Dicha distribución puede realizarse de muy distintas formas, en función de los fines que se persiguen en el estudio y del tipo de muestreo que se utilice.

Criterios básicos

Los criterios básicos para hacer la afijación son tres: afijación simple, afijación proporcional y afijación óptima. La afijación simple consiste en asignar a cada estrato un número igual de entrevistas; en la asignación proporcional la distribución se hace de acuerdo con el peso relativo de la población de cada estrato y, en la afijación óptima, se tiene en cuenta la homogeneidad o heterogeneidad [8] de la población bajo determinados aspectos.

La aplicación de las distintas afijaciones a una muestra para la provincia de Ávila, y a otra dirigida a funcionarios ofrece los resultados de los cuadros 3.3 y 3.4.

CUADRO 3.3

APLICACIÓN DE DIFERENTES TIPOS DE AFIJACIÓN A UNA MUESTRA DE LA PROVINCIA DE ÁVILA

Estratos	*Porcentaje población*	*Desviación típica*	*Afijación*		
			1	*2*	*3*
1. Menos de 2.000 h.	50,2	10	333	502	209
2. De 2.001 a 10.000 h.	27,9	30	333	279	344
3. De 10.001 a 50.000 h.	21,9	50	333	219	450
	100,0		999	1.000	1.000

NOTAS: *Afijación:* 1) simple; 2) proporcional; 3) óptima.
La Desviación Típica no se conoce, se supone para desarrollar el ejemplo. Hace referencia, en este caso, a niveles de ingresos.

FUENTE: Tomado de Jacinto RODRÍGUEZ OSUNA: «La muestra, teoría y aplicación» en GARCÍA FERRANDO y otros, *El análisis de la realidad social*, Madrid, Alianza Editorial, 1986, p. 277.

CUADRO 3.4

APLICACIÓN DE DIFERENTES TIPOS DE AFIJACIÓN A UNA MUESTRA DE FUNCIONARIOS

Estratos	*Porcentaje funcionarios*	*Desviación típica*	*Afijación*		
			1	*2*	*3*
1. Grupo A	10	100	250	100	260
2. Grupo B	15	60	250	150	240
3. Grupo C	20	40	250	200	210
4. Grupo D	55	20	250	550	290
Total	100		1.000	1.000	1.000

NOTAS: *Afijación:* 1) simple; 2) proporcional; 3) óptima.
Los grupos se corresponden con la titulación exigida para formar parte de los Cuerpos del Estado. Grupo A, titulados superiores; grupo B, titulados de grado medio; grupo C, bachillerato superior; grupo D, EGB completa.
La Desviación Típica no se conoce, se supone para desarrollar el ejemplo. Hace referencia, en este caso, a niveles de ingresos.

FUENTE: Tomado de Jacinto RODRÍGUEZ OSUNA: «La muestra, teoría y aplicación» en GARCÍA FERRANDO y otros, *El análisis de la realidad social*, Madrid, Alianza Editorial, 1986, p. 277.

[8] La homogeneidad o heterogeneidad se mide por la varianza o su raíz cuadrada, la desviación típica.

En ambos ejemplos se ha partido de una muestra de 1.000 elementos para facilitar los cálculos. En la realidad habría que haber empezado por discutir el tamaño de la muestra, pero esto se hace en otra parte de este trabajo.

La primera afijación es la simple, en la que a todos los estratos se les ha asignado el mismo número de entrevistas. Este tipo de afijación tiene la finalidad de que la muestra, con un determinado error, sea representativa de cada uno de los estratos y, por lo tanto, se puedan sacar conclusiones a este nivel. En la práctica, y para conseguir este objetivo, se suele aplicar la distribución proporcional, cargando la muestra en los estratos en los que interesa obtener estimaciones más próximas a la realidad. En el ejemplo de los funcionarios, con 100 entrevistas en la afijación proporcional, difícilmente se pueden hacer estimaciones para el grupo A. En este caso se puede cargar la muestra con 200 entrevistas más, lo que supondría 300 entrevistas para este estrato y 1.200 en total.

La afijación proporcional no necesita ningún tipo de aclaración —véanse los ejemplos—, pero la óptima sí. La filosofía que preside el muestreo de la afijación óptima es la siguiente: cuando los estratos son muy homogéneos [9], desviación típica muy pequeña, con una muestra reducida se pueden obtener buenas estimaciones, y cuando el estrato es muy heterogéneo, desviación típica elevada, es necesario sacar una muestra mucho más grande para conseguir estimaciones que se aproximen a la realidad. En el ejemplo de los funcionarios, la desviación típica hace referencia a los sueldos. Quiere decir que la banda de fluctuación de los mismos se va haciendo mayor a medida que se habla de grupos de titulación más alta. Los cuerpos que exigen titulación superior son múltiples y los salarios, hasta época reciente, variaban considerablemente de unos a otros. La forma de extraer la muestra bajo el supuesto de la afijación óptima se presenta el cuadro 3.5.

Conocida la desviación típica del estrato, se multiplica por el porcentaje que éste representa sobre el universo. Se repite la operación con los diferentes estratos hasta crear un nuevo universo (columna A × B del cuadro), expresado en unidades de desviación típica. Posteriormente se desarrolla la muestra como en el caso de la afijación proporcional.

Nivel de desagregación

Aparte de los sistemas de afijación, señalados anteriormente, se da, con frecuencia, la necesidad de diseñar muestras para obtener estimaciones no sólo de la población tomada como un todo, sino también de diferentes sub-

[9] Cuando se habla de estratos homogéneos o heterogéneos se está haciendo referencia a la desviación típica. Ésta hay que calcularla en función de variables concretas. En nuestros ejemplos se está haciendo referencia a los niveles de ingresos de la población del estrato.

CUADRO 3.5

APLICACIÓN DE LA AFIJACIÓN ÓPTIMA A LA MUESTRA DE FUNCIONARIOS

Estrato/Grupos	*A. Porcentaje funcionarios*	*B. Desviación Típica*	*A × B*	*C. Porcentaje*	*Distribución de acuerdo a C*
1. Grupo A..............	10	100	1.000	26	260
2. Grupo B..............	15	60	900	24	240
3. Grupo C..............	20	40	800	21	210
4. Grupo D..............	55	20	1.100	29	290
	100		3.800	100	1.000

FUENTE: Tomado de Jacinto RODRÍGUEZ OSUNA: «La muestra, teoría y aplicación» en GARCÍA FERRANDO y otros, *El análisis de la realidad social,* Madrid, Alianza Editorial, 1986, p. 279.

divisiones en las que se puede acotar el universo objeto de estudio. En el primer caso se trataría de diseñar una muestra de tamaño suficiente para poder hacer estimaciones globales, mientras que, en el segundo, lo que se desea es hacer estimaciones, además, de parámetros pertenecientes a subpoblaciones o dominios de estudio [10].

Para centrar el análisis se va a recurrir a los datos del cuadro 3.6, extraídos de una muestra real, en el que se estima el hábito de fumar de los ciudadanos a nivel nacional, por grupos de edades, tamaño de municipios, nivel de educación, etcétera. Centrando el análisis en los datos globales y en los obtenidos cuando se introduce la variable educación, se observa que, en el primer caso, la estimación se hace en base a 2.498 entrevistas (véase el cuadro) y en el segundo en base a un número muy inferior: 762 con menos de estudios primarios; 899 con estudios primarios; 578 con bachiller y 242 con estudios superiores.

El nivel de precisión es diferente en cada uno de estos casos y los errores de muestreo aumentan a medida que disminuye el número de entrevistas. En concreto, cuando el 47 % de la población total dice que nunca ha fumado, el error de muestreo, para un nivel de confianza del 95,44 % es de 0,02, mientras que cuando el 27 % de la subpoblación con estudios superiores afirma lo mismo, el error de la estimación es de 0,057 [11] es decir, 2,85 veces mayor. El error de muestreo en este último caso representa el 21 % del valor de la estimación —0,057/0,27— lo que pone en evidencia la escasa precisión y aproximación al parámetro poblacional. En consecuencia, con

[10] Nótese que el planteamiento que aquí se hace es distinto al que se hizo en el epígrafe anterior al hablar de la afijación simple, en la que se asignaba el mismo número de entrevistas a cada estrato.

[11] Las fórmulas para calcular los errores se explican más adelante.

CUADRO 3.6

EL HÁBITO DE FUMAR

PREGUNTA: *Para empezar, ¿podría usted decirme si* fuma *o* ha fumado *alguna vez en su vida de forma habitual?*

	N.º de entrevistas	*Fuma*	*Ahora no fuma pero ha fumado*	*Nunca ha fumado*	*No sabe No contesta*
NACIONAL	2.498	37	16	47	1
SEXO					
Varones	1.185	55	23	21	1
Mujeres	1.313	21	9	70	1
EDAD					
De 18 a 25 años	489	57	9	34	0
De 26 a 40 años	656	50	14	35	1
De 41 a 50 años	404	32	16	51	—
De 51 a 60 años	398	26	16	58	—
Más de 60 años	541	15	22	61	2
No contesta	10	30	60	10	—
TAMANO DEL MUNICIPIO					
Menos de 10.000 hab.	641	37	14	49	1
De 10.000 a 100.000 hab.	525	36	16	48	—
De 100.001 a 1.000.000 hab.	718	37	16	46	1
Más de 1.000.000 hab.	614	39	17	44	1
EDUCACIÓN					
Menos de Primarios	762	22	16	61	1
Primarios	899	36	15	48	1
Bachiller	578	52	14	33	1
Superiores	242	55	18	27	0
No contesta	17	29	18	53	—
SITUACIÓN LABORAL					
Trabaja	1.021	54	18	28	0
Parado	182	64	13	23	1
Jubilado	310	25	36	38	1
Estudiante	152	47	7	45	1
Sus labores	804	12	7	80	1
No contesta	29	41	21	38	—
OCUPACIÓN ACTIVOS					
Emp. Directivos	73	55	21	23	1
Peq. Emp. Artes. Vend.	269	48	20	32	—
Emp. Cuadros Medios	211	48	22	30	—
Labradores	187	36	26	37	1
Obreros	734	52	20	27	1
No procede	1.024	20	8	71	1

NOTA: Se trata de una muestra nacional de 2.500 entrevistas con afijación proporcional.

FUENTE: *Revista Española de Investigaciones Sociológicas*, núm. 44, octubre-diciembre de 1988, p. 193.

diseños muestrales de este tipo no se puede lograr la suficiente precisión para estimar parámetros de las subpoblaciones.

Para resolver estas situaciones se suele recurrir a dos técnicas bien diferentes. La primera consiste en aumentar el tamaño de la muestra total hasta que el número de entrevistas en la subpoblación menor sea el adecuado. En el caso que nos ocupa, si para realizar las estimaciones correspondientes a la categoría «estudios superiores» se necesitan 600 entrevistas, habría que elevar el tamaño de la muestra, de forma proporcional, hasta las 6.151 entrevistas. Es decir, la muestra inicial de 2.498 elementos se ha multiplicado por 2,462 y, por tanto, también cada una de las subpoblaciones. En la nueva muestra aparecerán 1.889 elementos con estudios inferiores a primarios, 2.229 con estudios primarios, 1.433 con bachiller y 600 con estudios superiores.

La solución tomada garantiza los niveles de precisión que se requieren, pero a costa de una considerable elevación del número total de entrevistas y de los costes consiguientes. Además, sería necesario conocer cuáles son las proporciones de las diferentes subpoblaciones a efectos de, una vez fijadas las entrevistas para la categoría menos frecuente, poder fijar, proporcionalmente, las que corresponden a los restantes.

La segunda técnica, y la más habitual, consiste en hacer una afijación no proporcional, tratando a cada subdivisión o dominio como si fuera un universo diferente. Una investigación nacional que necesitara estimaciones a nivel de alguna Comunidad Autónoma, una investigación regional que necesitara estimaciones a nivel de alguna provincia, o una investigación en la universidad, que necesitara estimaciones por facultades, son algunos ejemplos que habría que tratar mediante afijación no proporcional. Como la precisión del estimador depende, en general, del tamaño de la muestra y no de la fracción del muestreo esto hace que, «en ciertos casos pueda necesitarse una muestra prácticamente del mismo tamaño para obtener datos de una provincia, y datos para la totalidad de la nación» [12]. Ello quiere decir que, en estos casos, para cada una de las subpoblaciones que se necesitan estudiar habría que realizar las respectivas muestras por lo que, en rigor, habría que hablar de un diseño con varias submuestras. Con esta técnica, al contrario de lo que ocurría con la anterior, sólo se aumenta la muestra en los dominios que interesa estudiar y, por tanto, se produce un ahorro de entrevistas y de costes sin que afecte los objetivos de la investigación.

Puesto que el tema de los dominios de análisis es muy importante, se quiere volver sobre el mismo, trayendo como ejemplo la muestra de la Encuesta de población activa. Se trata de una muestra nacional de 60.000 hogares pensada no sólo para ofrecer resultados a nivel de todo el país sino

---

[12] J. L. SÁNCHEZ CRESPO, *Muestreo de poblaciones finitas aplicado al diseno de encuestas*, Madrid, INE, 1973, p. 12.

también de cada una de las provincias. Si la distribución de la muestra fuera proporcional, con igual fracción de muestreo en todas las provincias y, a la vez, fuera representativa de cada una de ellas, habría que aumentar considerablemente el número de entrevistas [13], con costes prohibitivos y bastantes dificultades operativas, en la recogida de la información. Por eso, la Encuesta de población activa opta por otra solución, más próxima a la que, anteriormente, se ha llamado «segunda técnica». En la EPA se utiliza una afijación de compromiso entre la uniforme y la proporcional. Consiste en que cada una de las provincias es tratada como un universo diferente, a efectos de muestreo, aunque el número de entrevistas sólo varía cuando el tamaño de la provincia rebasa un determinado número de habitantes. Para aplicar el sistema se establecen muestras de diferentes tamaños, que se asignan a las provincias según el número de habitantes de las mismas. En concreto, los módulos de la EPA son los que aparecen en el cuadro 3.7.

CUADRO 3.7

MÓDULOS —TAMAÑOS— DE LA MUESTRA EPA QUE SE APLICAN A LAS DIFERENTES PROVINCIAS

Módulos	*N.º secciones en la muestra*	*N.º viviendas en la muestra*	*N.º Provincias en cada módulo*
1.º	36	720	19
2.º	48	960	1
3.º	72	1.440	25
4.º	108	2.200	3
5.º	144	2.880	2
			50

FUENTE: INE.

Los módulos más utilizados son el 1.º y el 3.º, lo que quiere decir que en un gran número de provincias, las pequeñas, se entrevistan a 720 hogares y, en las provincias de tamaño intermedio, a 1.440, el doble. El resto de los módulos tienen muy poca aplicación y se reservan para Madrid, Barcelona, Valencia, etcétera.

Lo dicho hasta aquí resuelve la mayor parte de las situaciones que se suelen plantear al diseñar una muestra. Sin embargo, hay otros casos de mucha más difícil solución. Se está haciendo referencia a la estimación de parámetros raros, cuya existencia es muy poco frecuente. Así, es prácticamente imposible estimar, por muestreo, el porcentaje de población accidentada en la carretera, la que pasa las vacaciones en un lugar poco fre-

[13] El número de hogares a entrevistar sería superior a 150.000.

cuentado, la que ha contraído matrimonio 4 veces, etcétera. En estos casos la estimación por muestreo se hace imposible [14] y, si se necesitara estimar no el montante de población que pertenece a estos dominios sino algunas características de la misma, habría que crear ficheros [15] de estas subpoblaciones para, posteriormente, muestrearlos.

Ponderación de la muestra

Las técnicas de afijación no proporcional hacen que las fracciones de muestreo sean distintas y, por lo tanto, si se quieren tabular conjuntamente las distintas submuestras [16], hay que proceder a su ponderación, si no se quieren deformar las estimaciones. Se trata de devolver a cada subpoblación, estrato o dominio la proporcionalidad que tiene en la realidad al objeto de poder agregarla según interese para el estudio. Dados los diferentes aspectos que presenta el tema, se va a explicar con la ayuda de los datos del cuadro 3.8.

Este cuadro recoge los datos básicos de un estudio electoral realizado en una comunidad autónoma con dos provincias, de las cuales, en el ejemplo, una tiene 500.000 electores, población de 18 años y más, y la otra, un millón. Dado que se necesitan estimaciones a nivel provincial, se ha diseñado una muestra de 1.000 entrevistas, dividida en dos submuestras de 500 entrevistas, correspondiendo cada submuestra a una provincia.

De los datos del cuadro se deduce que, en la provincia A, piensan votar al partido C el 60 %, es decir 300 de los 500 entrevistados, —300/500 = 60 %— y, en la provincia B, el 20 %, es decir 100 de los 500 entrevistados, —100/500 = 20 %. Sin embargo, si se quiere saber el porcentaje de votantes del partido C en el conjunto de la comunidad no se puede proceder por simple agregación porque las fracciones de muestreo son distintas en una y otra provincia. En consecuencia, la operación de agregar los datos de las dos submuestras, 400 votantes del partido C y dividirlos por los 1.000 elementos de las submuestras, igual a 40 %, no es posible y el resultado es erróneo. La única posibilidad de agregar los datos en estos casos es introducir una operación intermedia previa a la tabulación, que iguale las tasas de muestreo. Esto se consigue bien con la ayuda de coeficientes de ponderación bien con el recurso a elevadores.

Los coeficientes de ponderación, que se calculan en el apartado 4 del cuadro, se obtienen dividiendo el porcentaje que representa la población de

---

[14] El tamaño de la muestra sería elevadísimo. Véase el último epígrafe de este capítulo.

[15] La policía tiene ficheros de los accidentes; el juzgado, de los matrimonios; las agencias de viajes o las compañías aéreas, de los viajes, etcétera. Cada vez se cuenta con más medios estadísticos para reconstruir ficheros de los universos poco frecuentes.

[16] Si cada una de las submuestras se tabula por separado no es necesario proceder a la ponderación.

CUADRO 3.8

CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE PONDERACIÓN Y DE ELEVADORES

	Provincias		*Total*
	A	*B*	
1. Población de 18 años y más			
1.1. Número	500.000	1.000.000	1.500.000
1.2. Porcentaje	33,3	66,6	99,9
2. Muestra			
2.1. Elementos	500	500	1.000
2.2. Porcentaje sobre el total	50	50	100
3. Votantes del partido C en la muestra			
3.1. Número	300	100	400
3.2. Porcentaje sobre la muestra	60	20	40
4. Ponderación			
1.2 ÷ 2.2	0,666	1,332	
5. Elevadores			
1.1 ÷ 2.1	1.000	2.000	

FUENTE: Elaboración propia.

cada submuestra sobre el universo total, por el porcentaje que representa en la muestra. En el ejemplo, y para la provincia A, las operaciones son estas: 33,3 dividido por 50 igual a 0,666 y, para la provincia B, 66,6 dividido por 50 igual a 1,331. Si los 300 votantes del partido C en la submuestra de la provincia A se ponderan por 0,666 y al resultado se agregan los 100 votantes al mismo partido en la submuestra de la provincia B, ponderados por 1,332, se obtienen 333 votantes que, divididos ente los 1.000 elementos de la muestra, arrojan el porcentaje real del 33,3 %. A este mismo resultado se puede llegar por otros caminos. El 60 % de votantes del partido C en la provincia A equivale a 300.000 votantes de los 500.000 que hay en la provincia y el 20 % de votantes al mismo partido en la provincia B equivale a 200.000. Por tanto, hay 500.000 electores que piensan votar al partido C, de entre el millón y medio que hay en la Comunidad, es decir, el 33,3 %.

Otro sistema de homogeneizar las submuestras, para poder agregarlas, es recurrir al sistema de elevadores —la inversa de la fracción de muestreo— (véase núm. 5 del cuadro 3.8), con lo que se consigue, además, trasladar los resultados de la muestra al universo total. En nuestro caso, la muestra de la provincia A se multiplica por 1.000 y la de la provincia B por 2.000 con lo que, en el nuevo fichero creado con los elevadores, todos los datos aparecerán referidos a datos reales del universo.

A estas notas sobre la ponderación de la muestra hay que hacer dos salvedades del máximo interés. Para utilizar elevadores hay que conocer el volumen real del universo, pues de lo contrario se pueden falsear los datos por deficiencias de información. Por otra parte, tanto aquí como al utilizar los coeficientes de ponderación, hay que tener en cuenta que el soporte de la información y, por lo tanto, de la inferencia que se pueda hacer, lo constituye el número de entrevistas realmente aplicadas. En consecuencia, los errores de muestreo y, en definitiva, la precisión de las estimaciones hay que calcularlos sobre la muestra real, independientemente del número de casos que puedan aparecer en la tabulación como consecuencia de la aplicación de coeficientes de ponderación o de elevadores.

Cálculo del tamaño

Se trata de integrar, en formulación matemática, el conjunto de factores que inciden en la determinación del tamaño de la muestra, es decir, el error de muestreo prefijado, la varianza, el tipo de muestreo y el nivel de confianza. Además, se tienen en cuenta las características que se van a estimar y que pueden ser medias, totales, proporciones y cocientes, así como el *tamaño* del universo del cual se extrae la muestra. Se supone que se trata de muestreo aleatorio simple, puesto que los cálculos para el muestreo estratificado y por conglomerados se incluyen, indirectamente, al final del capítulo siguiente, al hablar de errores de muestreo y estratificación.

El cálculo del tamaño de la muestra se estudia, primero, desde la formulación habitual en que los errores de muestreo se expresan como errores absolutos. Al final del capítulo se analizan a partir del coeficiente de variación, es decir, de los errores relativos. En uno y otro caso, las fórmulas van acompañadas de ejemplos, con diferentes supuestos, que facilitarán la comprensión de esta parte.

Tamaño de la muestra, errores de muestreo y otros factores

En una primera parte, los cálculos se realizan para una muestra referida a un universo pequeño [17]. Más adelante se generalizarán a un universo gran-

[17] Universos pequenos o universos grandes equivalen, en la terminología estadística, a poblaciones finitas y poblaciones infinitas. En las primeras, la fracción de muestreo puede ser

de y referidos sólo a proporciones, que es la característica que suele interesar en la mayor parte de los estudios. La muestra que va a servir de ejemplo se extrae de una población de 10.000 mujeres del servicio doméstico, residentes en la provincia de Madrid. Los datos básicos, para diseñar la muestra se conocen a través de los ficheros de la Seguridad Social. El objetivo central de la investigación es estimar las horas trabajadas por el colectivo que se estudia.

UNIVERSOS PEQUEÑOS

a) Tamaño de la muestra para estimar la media

FÓRMULA

$$n = \frac{N\,K^2\,\sigma^2}{N\,e^2 + K^2\,\sigma^2} \tag{3.1}$$

Símbolos

n = Tamaño de la muestra.
N = Tamaño del universo.
K = Nivel de confianza.
σ^2 = Cuasivarianza de la población.
e = Error de muestreo.

σ^2 es la cuasivarianza de la población y, como es desconocida, se suele estimar a través de la cuasivarianza muestral que puede ser conocida. La fórmula de aplicación para su cálculo es la siguiente:

$$S^2 = \frac{\Sigma(x_i - x)^2}{n - 1};\; S^2 = \text{cuasivarianza muestral.}$$

APLICACIÓN A UN EJEMPLO

Se desea calcular el tamaño de la muestra para estimar la media de horas trabajadas diariamente por cada mujer.

importante, mientras que, en las segundas, la fracción de muestreo es pequena. Esto es lo que determina la necesidad de incluir o no «la corrección por poblaciones finitas», y, en definitiva, la distinción entre poblaciones finitas y poblaciones infinitas.

Datos del problema

N = 10.000 elementos.
$\sigma^2 = S^2 = 9{,}648$

En nuestro caso S^2 se ha obtenido a través de una encuesta piloto con el resultado de $S^2 = 9{,}648$.

Supuesto 1

$K = 1 = 0{,}6826$ de probabilidad.
$e = 0{,}217$ horas = 13 minutos.

Cálculos

$$n = \frac{10.000 \times 1^2 \times 9{,}648}{10.000 \times 0{,}217^2 + 1^2 \times 9{,}648} = 201$$

Solución: La muestra ha de tener 201 elementos.

En este supuesto el número de entrevistas necesarias para estimar la media de horas trabajadas diariamente es de 201. La estimación, sin embargo, es mala ya que el error de muestreo es alto y el riesgo de equivocarse, elevado, ya que se trabaja con un nivel de confianza igual a 1. Por eso se introduce un nuevo supuesto en que se modifican el nivel de confianza y el error de muestreo.

Supuesto 2

$K = 2 = 0{,}9544$ de probabilidad.
$e = 0{,}10 = 6$ minutos

Cálculos

$$n = \frac{10.000 \times 2^2 \times 9{,}648}{10.000 \times 0{,}10^2 + 2^2 \times 9{,}648} = 2.784$$

Solución: La muestra ha de tener 2.784 elementos.

En este caso la precisión es elevada, igual que el nivel de confianza, pero el tamaño de la muestra se ha multiplicado casi por 14.

b) Tamaño de la muestra para estimar el total

FÓRMULA

$$n = \frac{N^2 K^2 \sigma^2}{e^2 + N K^2 \sigma^2} \tag{3.2}$$

APLICACIÓN A UN EJEMPLO

Se desea calcular el tamaño de la muestra para estimar el total de horas trabajadas diariamente por el conjunto de mujeres.

Datos del problema

$N = 10.000$
$\sigma^2 = S^2 = 9{,}648$ horas

Supuesto 1

$K = 1 = 0{,}6826$ de probabilidad.
$e = 2.170$ horas

Cálculos

$$n = \frac{10.000^2 \times 1^2 \times 9{,}648}{2.170^2 + 10.000 \times 1^2 \times 9{,}648} = 200 \text{ elementos.}$$

Solución: La muestra ha de tener 200 elementos.

El tamaño de la muestra es similar al necesario para hallar la media de horas trabajadas, supuesto 1, apartado a). Igual que allí la estimación también es mala por las mismas razones. Por eso se introduce un nuevo supuesto en que se modifican el nivel de confianza y el error de muestreo.

Supuesto 2

$K = 2 = 0{,}9544$ de probabilidad
$e = 1.200$ horas

Cálculos

$$n = \frac{10.000^2 \times 2^2 \times 9{,}648}{1{,}200^2 + 10.000 \times 2^2 \times 9{,}648} = 2.113$$

Solución: La muestra ha de tener 2.113 elementos.

En las condiciones fijadas en este supuesto 2 se necesitan 2.113 entrevistas para estimar el total de horas trabajadas por las 10.000 mujeres, con un error máximo de 1.200 horas.

c) *Tamaño de la muestra para estimar proporciones*

FÓRMULA

$$n = \frac{N\,K^2\,P\,(1-P)}{(N-1)e^2 + K^2\,P\,(1-P)} \tag{3.3}$$

Símbolos

P = Proporción de una categoría de la variable.
$P(1-P)$ = Varianza [18].

APLICACIÓN A UN EJEMPLO

Se desea calcular el tamaño de la muestra para estimar la proporción de mujeres que trabajan diariamente 10 horas o más.

Datos del problema

$N = 10.000$
$P = 0{,}30$ [19].

[18] $P(1-P)$ es la varianza y $\sqrt{P(1-P)}$ es la desviación típica en el caso de una variable que se distribuye binomialmente como aquí ocurre. La demostración puede verse, entre otros, en F. Calvo Gómez y J. Sarramona, *Ejercicios de estadística aplicados a las ciencias sociales,* Barcelona, CEAC, 1983, p. 77.

[19] La proporción 0,30 se ha deducido de un estudio piloto.

Supuesto 1

$K = 1 = 0{,}6826$ de probabilidad
$e = 0{,}032$

Cálculos

$$n = \frac{10.000 \times 1^2 \times 0{,}30 \times 0{,}70}{9.999 \times 0{,}032^2 + 1^2 \times 0{,}30 \times 0{,}70} = 201$$

Solución: La muestra ha de tener 201 elementos.

En este caso el error de muestreo no es elevado pero el nivel de confianza es muy bajo. Por eso, en el supuesto 2, se modifican el nivel de confianza y el error de muestreo.

Supuesto 2

$K = 2 = 0{,}9544$ de probabilidad
$e = 0{,}02$

Cálculos

$$n = \frac{10.000 \times 2^2 \times 0{,}30 \times 0{,}70}{9.999 \times 0{,}02^2 + 2^2 \times 0{,}30 \times 0{,}70} = 1.736$$

Solución: La muestra ha de tener 1.736 elementos.

Aquí la estimación es buena, bajo error y alto nivel de confianza, pero como contrapartida el número de entrevistas en la muestra es elevado.

UNIVERSOS GRANDES

Cuando se trata de universos grandes, la introducción del tamaño del universo en la muestra, lo que se suele llamar «corrección por poblaciones finitas», no modifica los cálculos y, sin embargo, los complica. De ahí que, en estos casos si la fracción de muestreo no supera el 5 % [20], se puede pres-

[20] William G. COCHRAN, *Técnicas de muestreo*, México D.F., Continental, 1984, p. 49.

cindir[21] de esta «corrección» con lo que la fórmula para calcular el tamaño de la muestra se simplifica considerablemente. Ésta y su aplicación en la práctica se presentan a continuación para distintos supuestos[22].

Tamaño de la muestra para estimar proporciones

FÓRMULA

$$n = \frac{K^2 P (1-P)}{e^2} \tag{3.4}$$

Símbolos

n = Tamaño de la muestra.
P = Proporción de una categoría de la variable.
$P(1-P)$ = Varianza.
K = Nivel de confianza.
e = Error de muestreo.

APLICACIÓN A UN EJEMPLO

Se desea calcular el tamaño de la muestra para estimar proporciones en los 4 supuestos que se indica.

Datos del problema

$K = 2 = 0{,}9544$ de probabilidad.

Supuesto 1

$P = 0{,}50$
$e = 0{,}0158$

[21] Cuando se trata de universos grandes también se pueden aplicar las fórmulas (3.1), (3.2) y (3.3). Al tratarse de universos grandes la CPF no modifica los resultados por lo que es mucho más sencillo utilizar las fórmulas específicas para estos universos.

[22] Las aplicaciones que se presentan hacen referencia a proporciones, la característica que más se utiliza.

Cálculos

$$n = \frac{4 \times 0{,}50 \times 0{,}50}{0{,}0158^2} = 4.000$$

Solución: La muestra ha de tener 4.000 elementos.

Supuesto 2

$P = 0{,}50$
$e = 0{,}0316$

Cálculos

$$n = \frac{4 \times 0{,}50 \times 0{,}50}{0{,}0316^2} = 1.000$$

Solución: La muestra ha de tener 1.000 elementos.

Supuesto 3

$P = 0{,}10$
$e = 0{,}019$

Cálculos

$$n = \frac{4 \times 0{,}10 \times 0{,}90}{0{,}019^2} = 1.000$$

Solución: La muestra ha de tener 1.000 elementos.

Supuesto 4

$P = 0{,}10$
$e = 0{,}0379$

Cálculos

$$n = \frac{4 \times 0{,}10 \times 0{,}90}{0{,}0379^2} = 250 \text{ entrevistas.}$$

Solución: La muestra ha de tener 250 elementos.

Los ejemplos presentados ponen en evidencia la simplicidad de sus cálculos, una vez fijados los valores de los estadísticos, pero, sobre todo, la incidencia de los errores de muestreo y de la varianza en la determinación del tamaño de la muestra. Así, de los ejemplos 2) y 1), por un lado, y 4) y 3) por otro, se deduce que para reducir el error de muestreo a la mitad, *caeteris paribus*, es necesario cuadruplicar la muestra. Ello quiere decir que, para conseguir estimaciones más precisas, es necesario aumentar, considerablemente, el tamaño de la muestra.

Por otra parte, la disminución de la varianza repercute positivamente en la disminución de los errores de muestreo como se constata en los supuestos 2) y 3). El paso de una varianza máxima —0,50 × 0,50— a otra varianza bastante menor —0,10 × 0,90—, para un mismo tamaño de la muestra, hace que los errores de muestreo pasen del 3,16 % al 1,90 %.

Como conclusión importante se quiere resaltar que:

1.º El tamaño de la muestra es muy sensible al nivel de precisión requerido. Como dice AZORÍN POCH, en el caso de muestreo aleatorio simple «para obtener un error mitad (o sea doble precisión) haría falta una muestra no doble, sino cuatro veces mayor» [23], tal como sucede en los supuestos anteriores.
2.º La homogeneidad o heterogeneidad de la variable tiene influencia decisiva sobre el tamaño de la muestra para un error dado. De ahí que todas las aproximaciones al conocimiento de la varianza repercutan positivamente en el diseño muestral.
3.º El tamaño del universo, salvo lo referente a universos pequeños, no influye en el tamaño de la muestra.

Finalmente, se quiere señalar que, a pesar de simplicidad de los cálculos que se derivan de la fórmula (3.4), existen tablas para determinar el tamaño de la muestra, similares a la que se incluye en el cuadro 3.9.

Tamaño de la muestra y coeficiente de variación

El coeficiente de variación expresa, en términos relativos, la desviación típica ponderada por el valor medio a que hace referencia. Traducido al campo de la estadística inferencial, presenta los errores de muestreo en porcentajes de la estimación, lo que facilita la interpretación de los resultados y la comparación de las distintas estimaciones. Como dice KISH: «las medidas absolutas, la desviación estándar y el error estándar, aparecen en las unidades de medida de la propia variable, y esto causa dificultades en algunas comparaciones. Unas medidas relativas usuales son los *coeficientes*

[23] F. AZORÍN POCH, *Curso de muestreo y aplicaciones*, Madrid, Aguilar, 1972, p. 100.

CUADRO 3.9

TABLA PARA CALCULAR EL TAMAÑO DE LA MUESTRA PARA UNIVERSOS GRANDES CON UN NIVEL DE CONFIANZA DEL 95,5 %, Y EN EL SUPUESTO DE MUESTREO ALEATORIO SIMPLE

Formula $n = \dfrac{K^2\,P\,(1-P)}{e^2}$

Valores de P y de (1−P) en porcentajes: P + (1−P) = 100

Limites de error ±2 k en %	*1 99*	*5 95*	*10 90*	*15 85*	*20/80*	*25/75*	*30/70*	*35/65*	*40/60*	*45/55*	*50/50*
0,1	39.600	190.000	360.000	510.000	640.000	750.000	840.000	910.000	960.000	990.000	1.000.000
0,2	9.900	47.500	90.000	127.500	160.000	187.500	210.000	227.500	240.000	247.500	250.000
0,3	4.400	21.111	40.000	56.667	71.111	83.333	93.333	101.111	106.667	110.000	111.111
0,4	2.475	11.875	22.500	31.875	40.000	46.875	52.500	56.875	60.000	61.875	62.500
0,5	1.584	7.600	14.400	20.400	25.600	30.000	33.600	36.400	38.400	39.600	40.000
0,6	1.100	5.278	10.000	14.167	17.778	20.833	23.333	25.278	26.667	27.500	27.778
0,7	808	3.878	7.347	10.408	13.061	15.306	17.143	18.577	19.592	20.204	20.408
0,8	619	2.969	5.625	7.969	10.000	11.719	13.125	14.219	15.000	15.469	15.625
0,9	489	2.346	4.444	6.296	7.901	9.259	10.370	11.235	11.852	12.222	12.346
1,0	396	1.900	3.600	5.100	6.400	7.500	8.400	9.100	9.600	9.900	10.000
1,5	176	844	1.600	2.267	2.844	3.333	3.733	4.044	4.267	4.400	4.444
2,0	99	475	900	1.275	1.600	1.875	2.100	2.275	2.400	2.475	2.500
2,5	63	304	576	816	1.024	1.200	1.344	1.456	1.536	1.584	1.600
3,0	44	211	400	567	711	833	933	1.011	1.067	1.100	1.111
3,5	32	155	294	416	522	612	686	743	784	808	816
4,0	25	119	225	319	400	469	525	569	600	619	625
4,5	20	94	178	252	316	370	415	449	474	489	494
5,0	16	76	144	204	256	300	336	364	384	396	400
6,0	11	53	100	142	178	208	233	253	267	275	278
7,0	8	39	73	104	131	153	171	186	196	202	204
8,0	6	30	56	80	100	117	131	142	150	155	156
9,0	5	23	44	63	79	93	104	112	119	122	123
10,0	4	19	36	51	64	75	83	91	96	99	100
15,0	2	8	16	23	28	33	37	40	43	44	45
20,0	1	5	9	13	16	19	21	23	24	25	25
25,0	0,6	3	6	8	12	12	13	15	15	16	16

de variación, en los cuales la unidad de medida se cancela al dividir entre la media» [24].

La expresión matemática del coeficiente de variación en: $cv = \frac{\sigma}{\bar{x}}$, y, referida al caso que nos ocupa, en el supuesto de estimación de proporciones, sería $cv = \frac{e_{\hat{p}}}{P}$, donde $e_{\hat{p}}$ es el error de la estimación de la proporción y P, la proporción. Si se suponen dos estimaciones de proporciones, una de 0,30 y la otra de 0,70, provenientes de una muestra de 2.500 elementos, con un error de muestreo del 0,018, los respectivos coeficientes de variación serían, en el primer caso, $= \frac{0{,}018}{0{,}30} = 0{,}06$ y, en el segundo, $= \frac{0{,}018}{0{,}70} = 0{,}025$. Esto quiere decir que, si bien el error de muestreo es el mismo en ambos casos, el error relativo, el coeficiente de variación, es mucho menor en el segundo caso y, por tanto, la estimación es más precisa.

Dejando para el capítulo siguiente el estudio del coeficiente de variación como medida de la precisión de las estimaciones, ahora lo que interesa es su utilización para determinar el tamaño de la muestra cuando se trata de investigar realidades muy poco frecuentes, o cuando se trata de conseguir una determinada precisión en las estimaciones. Para alcanzar este objetivo, en las fórmulas de cálculo del tamaño de la muestra se ha de incluir de una u otra forma, el coeficiente de variación, por lo que se trabaja con errores relativos en vez de con errores absolutos. Además, en esta formulación, los cálculos se han de realizar para cada uno de los parámetros que se desean estimar.

Una primera solución, indirecta, consiste en transformar el coeficiente de variación en errores de muestreo y, a partir de aquí, calcular el tamaño de la muestra, para los errores resultantes, siguiendo la fórmula (3.4). El proceso es el siguiente: el coeficiente de variación, para el caso de proporciones, es, por definición,

$$cv = \frac{e_{\hat{p}}}{P} \quad (3.5) \qquad \text{de donde,} \qquad e_{\hat{p}} = cv.P \quad (3.6)$$

Esta fórmula —la (3.6)—, expresa los errores de muestreo en términos de coeficiente de variación, por lo que, fijado éste y el valor estimado [25] del parámetro, se obtienen los errores de muestreo, con los que se opera en la fórmula (3.4).

$$n = \frac{K^2\, P\,(1-P)}{e^2} \qquad (3.4)$$

[24] Leslie KISH, *Muestreo por encuestas,* México D.F., Trillas, 1972, p. 71.

[25] El valor del parámetro se desconoce. Por estudios pilotos u otros estudios anteriores se establecen los supuestos que se incorporan a las fórmulas.

Una segunda solución, directa, se obtiene a partir de la fórmula (4.3) en que se estiman los errores de muestreo. Si se divide por P y se prescinde de la corrección por poblaciones finitas, se llega a la fórmula de cálculo del tamaño de la muestra, fijada la proporción y el coeficiente de variación.

Los pasos son éstos: los dos términos de la fórmula (4.3),

$$e_{\hat{p}} = K \sqrt{\frac{N-n}{N-1} \cdot \frac{P(1-P)}{n}},$$

se dividen por la proporción, P. El resultado es,

$$\frac{e_{\hat{p}}}{P} = \frac{K \sqrt{\frac{N-n}{N-1} \cdot \frac{P(1-P)}{n}}}{P},$$ *de donde, si se prescinde de la corrección* por poblaciones finitas, se obtiene

$$cv = K \sqrt{\frac{(1-P)}{nP}} \tag{3.7}$$

y despejando n, se llega a la fórmula

$$n = \frac{K^2\,(1-P)}{cv^2\,P} \tag{3.8}$$

que permite el cálculo directo del tamaño de la muestra.

La aplicación de las expresiones anteriores resulta sencilla, tal como se ve en el ejemplo que se introduce a continuación. En un país aparecen dos enfermedades de las cuales se supone que la enfermedad A está poco extendida, afecta alrededor del 2 % de la población [26], y la enfermedad B está bastante más extendida y se supone que afecta al 20 %. Para estimar, con rigor, la incidencia de cada una de las enfermedades se desea realizar dos encuestas, primero con una muestra precisa, 0,05 de coeficiente de variación y, después, con una muestra algo menos precisa, 0,10 de coeficiente de variación, pero suficiente para valorar la extensión de la enfermedad. Interesa dimensionar las muestras para calcular el coste de su realización. ¿Qué tamaño deben tener las distintas muestras?

[26] Véase la nota 25.

CÁLCULOS INDIRECTOS

FÓRMULA

(3.6) $e_{\hat{p}} = cv \cdot P$; $n = \dfrac{K^2 P(1-P)}{e^2_{\hat{p}}}$ (3.4)

Símbolos

$e_{\hat{p}}$ = Error de muestreo de la estimación de la proporción.
cv = Coeficiente de variación.
K = Nivel de confianza.
P = Proporción de una categoría de la variable.

APLICACIÓN AL EJEMPLO: ENFERMEDAD A

Se desea calcular el tamaño de la muestra para estimar la extensión de la enfermedad A.

Datos del problema

$P = 0{,}02$

Supuesto 1

$cv = 0{,}05$

Cálculos

$$e_{\hat{p}} = 0{,}05 \times 0{,}02 = 0{,}001$$

$$n = \frac{2^2 \times 0{,}02 \times 0{,}98}{0{,}002^2} = 78.400$$

Solución: La muestra ha de tener 78.400 elementos.

Supuesto 2

$cv = 0{,}10$

Cálculos

$$e_{\hat{p}} = 0{,}10 \times 0{,}02 = 0{,}002$$

$$n = \frac{2^2 \times 0{,}02 \times 0{,}98}{0{,}002^2} = 19.600$$

Solución: La muestra ha de tener 19.600 elementos

APLICACIÓN AL EJEMPLO: ENFERMEDAD B

Se desea calcular el tamaño de la muestra para estimar la extensión de la enfermedad B.

Datos del problema

$P = 0{,}20$

Supuesto 1

$cv = 0{,}05$

Cálculos

$$e_{\hat{p}} = 0{,}05 \times 0{,}20 = 0{,}01$$

$$n = \frac{2^2 \times 0{,}20 \times 0{,}80}{0{,}01^2} = 6.400$$

Solución: La muestra ha de tener 6.400 elementos.

Supuesto 2

$cv = 0{,}10$

Cálculos

$$e_{\hat{p}} = 0{,}10 \times 0{,}20 = 0{,}02$$

$$n = \frac{2^2 \times 0{,}20 \times 0{,}80}{0{,}02^2} = 1.600$$

Solución: La muestra ha de tener 1.600 elementos.

CÁLCULOS DIRECTOS

FÓRMULA

$$n = \frac{K^2\,(1-P)}{cv^2\,P} \qquad (3.8)$$

APLICACIÓN AL EJEMPLO: ENFERMEDAD A

Se desea calcular el tamaño de la muestra para estimar la extensión de la enfermedad A.

$P = 0{,}02$

Supuesto 1

$cv = 0{,}05$

Cálculos

$$n = \frac{2^2 \times 0{,}98}{0{,}05^2 \times 0{,}02} = 78.400$$

Solución: La muestra ha de tener 78.400 elementos.

Supuesto 2

$cv = 0{,}10$

Cálculos

$$n = \frac{2^2 \times 0{,}98}{0{,}10^2 \times 0{,}02} = 19.600$$

Solución: La muestra ha de tener 19.600 elementos.

APLICACIÓN AL EJEMPLO: ENFERMEDAD B

Se desea calcular el tamaño de la muestra para estimar la extensión de la enfermedad B.

Datos del problema

$P = 0{,}20$

Supuesto 1

$cv = 0{,}05$

Cálculos

$$n = \frac{2^2 \times 0{,}80}{0{,}05^2 \times 0{,}20} = 6.400$$

Solución: La muestra ha de tener 6.400 elementos.

Supuesto 2

$cv = 0{,}10$

Cálculos

$$n = \frac{2^2 \times 0{,}80}{0{,}10^2 \times 0{,}20} = 1.600$$

Solución: La muestra ha de tener 1.600 elementos.

Como se observa, los cálculos directos y los indirectos llevan a los mismos resultados. Éstos se recogen en el cuadro 3.10.

CUADRO 3.10

TAMAÑO DE LA MUESTRA PARA DISTINTAS PROPORCIONES Y COEFICIENTES DE VARIACIÓN

Proporciones	*Coeficiente de variación*	
	0,05	*0,10*
Enfermedad A (2 por cien)	78.400	19.600
Enfermedad B (20 por cien)	6.400	1.600

FUENTE: Elaboración propia.

El tamaño de la muestra para un coeficiente de variación de la mitad (0,05) es 4 veces mayor que para el coeficiente de variación del 0,10. Es la misma relación que se estableció con anterioridad al hablar del tamaño de la muestra para distintos supuestos (véase la nota 23). El dato, sin embargo, más relevante que se deduce de los últimos análisis es el elevado número de entrevistas que se necesitan para estimar parámetros poco presentes en la población. En estos casos, el muestreo resulta muy costoso, si se quiere trabajar con el adecuado nivel de precisión.

4

Estimación y errores de muestreo

En el diseño de una muestra se determinan el tamaño de la misma, la afijación, el tipo de muestreo y el proceso de selección de los individuos, conjugando las técnicas de muestreo y el conocimiento del universo. Posteriormente, y en base a la muestra diseñada, se realiza la recogida de la información, mediante el trabajo de campo, al que se aplican los correspondientes controles para que no se distorsione la muestra proyectada. Más tarde, se graba la información, se somete a los procesos de control y verificación y, finalmente, se acomete la tabulación que dará como resultado la estimación de los parámetros poblacionales.

Entre el diseño de la muestra y la estimación de parámetros han mediado los procesos de muestreo y tabulación y se ha pasado de los supuestos de un principio a las realidades de los datos, y de las aproximaciones generales a las concreciones individualizadas. En efecto, la fórmula (3.4), $n = \frac{K^2 P (1-P)}{e^2}$, se utilizó para calcular el tamaño de la muestra bajo el supuesto de un determinado valor de la varianza y para un nivel de precisión —error de muestreo— prefijado. Ahora, realizada la encuesta, el tamaño de la muestra, n, y el nivel de confianza, K, se mantienen en sus valores originales, lo mismo que la igualdad expresada en la fórmula (3.4), sin embargo, los valores supuestos de P, probablemente, se han modificado y, consiguientemente, el error de muestreo, e, es decir, el nivel de precisión de las estimaciones. Por eso, una vez realizada la encuesta hay que pasar de las aproximaciones efectuadas en el diseño a concreciones individualizadas.

Se trata de estimar no sólo los parámetros de la variable, real o hipotética [1], que sirvió para fijar los valores de P, sino también los parámetros del resto de variables que se han incluido en el cuestionario. Incluso, si el

---

[1] Cuando no se han hecho estudios de varianza previos al diseño de la muestra, o cuando se desea garantizar un nivel de precisión válido para cualquier parámetro, se opera con $P(1-P)$ igual a 0,50-0,50, que es la varianza máxima. En este caso, se trata de valores hipotéticos, que no hacen referencia a ninguna variable concreta.

número de entrevistas lo permite, se podría descender a la estimación de parámetros de submuestras, categorías o dominios del universo, y, por tanto, se ampliaría el campo de la estimación.

Traducido lo anterior a una aplicación concreta, se podrían tomar como ejemplo las estimaciones que se incluyeron en el cuadro 3.6 (p. 58) y que se reproducen aquí, referidas al total de entrevistas y a la población con estudios superiores:

Total entrevistas: 2.498. Fuma, 37 %; ahora no fuma, antes sí, 16 %; nunca ha fumado, 47 %.

Población con estudios superiores: 242 entrevistas. Fuma, 55 %; ahora no fuma, antes sí, 18 %; nunca ha fumado, 27 %.

En el diseño de esta encuesta la fórmula para el cálculo del tamaño de la muestra tomó los siguientes valores:

$$n = \frac{K^2\, P(1-P)}{e^2} = \frac{2^2 \times 0{,}50 \times 0{,}50}{0{,}02^2} = 2.500$$ entrevistas [2]. Es decir, se dio el valor 0,50 a P, 0,02 al error de muestreo y 2 a K, nivel de confianza. Consecuencia de los supuestos anteriores son las 2.500 entrevistas de la muestra.

Efectuado el trabajo de campo y el proceso de depuración y tabulación, el investigador obtiene una serie de resultados que le van a permitir, en determinadas condiciones, la inferencia estadística. En nuestro caso, encuentra que el 37 % fuma, el 16 % antes fumaba y ahora no y el 47 % nunca ha fumado. Trasladando estos datos a la fórmula (3.4), el error, para cada caso, toma estos valores:

Total entrevistas: 2.500

— Fuma: $2.500 = \dfrac{2^2 \times 0{,}37 \times 0{,}63}{e^2}$; error = 0,01931
(37 %)

— Fumaba: $2.500 = \dfrac{2^2 \times 0{,}16 \times 0{,}84}{e^2}$; error = 0,01466
(16 %)

— No fuma: $2.500 = \dfrac{2^2 \times 0{,}47 \times 0{,}53}{e^2}$; error = 0,0196
(47 %)

[2] *Revista Española de Investigaciones Sociológicas,* núm. 44, octubre-diciembre de 1988. Las estimaciones que se insertan aparecen en la página 193; las características de la muestra, en la página 233.

Como se observa, el valor supuesto, P igual a 0,50, aquí no se da y los errores de muestreo difieren de los fijados en el diseño, 0,02, y además, son distintos para cada una de las estimaciones. Es decir, se ha encontrado el valor de cada parámetro y el error de cada estimación [3].

Dando un paso más, se puede aplicar el mismo proceso a estimaciones referidas a determinados dominios o subpoblaciones como, por ejemplo, la población con estudios superiores, representada en la encuesta por 242 entrevistas [4]. Repitiendo los pasos anteriores para los ítems de la pregunta «hábito de fumar» resulta lo siguiente:

Entrevistas población estudios superiores = 242.

Fuma: $242 = \dfrac{2^2 \times 0{,}55 \times 0{,}45}{e^2}$; error = 0,0639
(55 %)

Fumaba: $242 = \dfrac{2^2 \times 0{,}18 \times 0{,}82}{e^2}$; error = 0,0493
(18 %)

No fuma: $242 = \dfrac{2^2 \times 0{,}27 \times 0{,}73}{e^2}$; error = 0,0570
(27 %)

Frente a unos errores pequeños en las estimaciones deducidas de la encuesta global, aquí y en este caso los errores de muestreo son elevados y, por tanto, la precisión de las estimaciones baja. No obstante, en otras situaciones con mayor número de entrevistas, la estimación se puede llevar hasta las subpoblaciones con resultados suficientemente precisos como para poder realizar su generalización mediante inferencia estadística.

Adentrándonos en la estimación hay que precisar que no basta con calcular los estimadores y los errores de muestreo para cada variable, sino que, además, se debe proceder a su interpretación estadística. Para ello, y una vez calculados los errores de muestreo, hay que pasar de la estimación puntual a la de intervalo y de errores de muestreo a errores relativos o coeficientes de variación. Con ello se dan al investigador los instrumentos para que, en cada caso, pueda situar las estimaciones en su auténtico alcance, sin rebasar los «límites de los datos» a los que se aludía en la introducción.

El presente capítulo tiene como eje central el estudio de la estimación y su interpretación estadística. Antes, sin embargo, se van a estudiar los errores de muestreo y su cálculo como punto de partida para abordar la

[3] Se sigue utilizando la fórmula (3.4) para dar continuidad a la exposición. Más adelante se introducirán otras fórmulas para calcular los errores de muestreo.

[4] Véase el cuadro 3.6.

estimación. Posteriormente, se van a analizar los errores en el muestreo estratificado, comparándolos con los que se derivan del muestreo aleatorio simple, para terminar con una breve alusión a los errores y niveles de precisión en el muestreo por conglomerados.

Precisión de las estimaciones

Se van a calcular, a continuación, los errores de muestreo siguiendo una metodología similar a la empleada en el estudio del tamaño de la muestra. Más adelante se hablará de la simulación que permite, en ocasiones, establecer ciertos controles sobre la validez de las estimaciones.

Errores de muestreo

La precisión de las estimaciones depende del proceso de muestreo y, sobre todo, del tamaño de la muestra, independientemente de la fracción de muestreo. Por eso, sólo se puede conseguir a partir de un determinado tamaño muestral que se debe decidir en función de la homogeneidad o heterogeneidad del universo y de los fines de la investigación.

La precisión hace referencia a la dispersión de la distribución del estimador en el muestreo, es decir a «la magnitud de las desviaciones respecto a la media *m* obtenida por la aplicación repetida del procedimiento de muestreo» [5]. Su medida es la varianza del estimador o su raíz cuadrada, la desviación típica, que da cuenta de la dispersión de la distribución. Por eso, a la desviación típica se la llama *error de muestreo,* concepto básico en el campo que nos ocupa.

El cálculo del error de muestreo o desviación típica resulta sencillo si se tiene en cuenta que los estimadores tienden a seguir distribuciones normales [6] y éstas quedan caracterizadas por su media y su desviación típica. La media es conocida, puesto que al tratarse de estimadores insesgados coinciden con los valores poblacionales. La desviación típica, el error de muestreo, por su parte, se calcula aplicando las fórmulas correspondientes, según se trate de medias, totales o proporciones.

Aquí, igual que se hizo al hablar del tamaño de la muestra en el capítulo 3, se estudian los errores de muestreo en el supuesto de muestreo aleatorio simple y, como allí, se refieren, primero, a universos pequeños o finitos y, más tarde, a universos grandes o infinitos [7]. Los ejemplos que se

[5] W. G. COCHRAN, *Técnicas de muestreo,* México D.F., Continental, 1984, p. 38.

[6] Véase el apartado sobre «nivel de confianza» en el capítulo 3 (pp. 51 ss.).

[7] Véase la nota 17 del capítulo 3 (p. 63).

desarrollan son también los utilizados al hablar del tamaño de la muestra en el capítulo 3.

UNIVERSOS PEQUEÑOS

a) Cálculo del error de muestreo de la media

FÓRMULA

$$e_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{N-n}{N} \cdot \frac{\sigma^2}{n}} \tag{4.1}$$

Símbolos

n = Tamaño de la muestra.
N = Tamaño del universo.
$e_{\bar{x}}$ = Error de la estimación de la media.
σ^2 = Cuasivarianza de la población.

σ^2 es la cuasivarianza de la población y, como es desconocida, se suele estimar a través de la cuasivarianza muestral que sí puede conocerse. La fórmula de aplicación para su cálculo es la siguiente:

$$S^2 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n-1}; \; S^2 = \text{cuasivarianza muestral.}$$

APLICACIÓN A UN EJEMPLO

Se desea calcular el error de muestreo de la estimación de la media de horas trabajadas diariamente por cada mujer.

Datos del problema

n = 200 elementos.
N = 10.000 elementos.
σ^2 = S^2 = 9,648

En nuestro caso S^2 se ha obtenido a través de una encuesta piloto con el resultado de S^2 = 9,648.

Cálculos

$$e_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{10.000 - 200}{10.000} \cdot \frac{9{,}648}{200}} = 0{,}217$$

Solución: El error de muestreo es de 0,217 horas = 13 minutos.

b) Cálculo del error de muestreo en el total

FÓRMULA

$$e_{\hat{y}} = N \sqrt{\frac{N - n}{N} \cdot \frac{\sigma^2}{n}} \qquad (4.2)$$

Símbolos

$e_{\hat{y}}$ = Error de la estimación total.

APLICACIÓN A UN EJEMPLO

Se desea calcular el error de muestreo de la estimación del total de horas trabajadas diariamente por el conjunto de mujeres.

Datos del problema

Los mismos que en el caso anterior.

Cálculos

$$e_{\hat{y}} = 10.000 \cdot e_{\bar{x}} = 10.000 \times 0{,}217 = 2.170$$

Solución: El error de muestreo es de 2.170 horas.

c) Cálculo del error de muestreo de la proporción

FÓRMULA

$$e_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{N - n}{N - 1} \cdot \frac{P\,(1-P)}{n}} \qquad (4.3)$$

Símbolos

$e_{\hat{p}}$ = Error de la estimación de la proporción.
P = Proporción de una categoría de la variable.
$P\,(1-P)$ = Varianza [8].

APLICACIÓN A UN EJEMPLO

Se desea calcular el error de muestreo de la estimación de la proporción.

Datos del problema

$P = 0{,}30$; el 30 % de las mujeres del servicio doméstico trabajan diariamente 10 horas o más.

Cálculos

$$e_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{10.000 - 200}{10.000 - 1} \cdot \frac{0{,}30 \times 0{,}70}{200}} = 0{,}032$$

Solución: El error de muestreo es de 0,032, es decir, del 3,2 %.

UNIVERSOS GRANDES

Las expresiones $\frac{N-n}{N}$ y $\frac{N-n}{N-1}$ que aparecen en las fórmulas obedecen a lo que se suele denominar «correcciones por poblaciones finitas», cpf. Esta corrección se suele ignorar, no se incluye en los cálculos, cuando se trata de universos grandes en los que la cpf no altera el valor de la desviación típica. Tal como señalan algunos autores [9] la cpf se puede ignorar siempre que la fracción de muestreo no exceda un 5 %. Ésta es la razón por la que, al hablar más arriba de los factores que había que tener en cuenta a la hora de realizar las estimaciones, se hacía referencia a universos grandes y universos pequeños. En el primer caso se puede ignorar la cpf mientras que, en el segundo caso, no.

---

[8] Recuérdese que $P\,(1-P)$ es la varianza y $\sqrt{P(1-P)}$ es la desviación típica en el caso de una variable que se distribuye binomialmente, como aquí ocurre. Véase la nota 18 del capítulo 3 (p. 67).

[9] Véase la nota 17 del capítulo 3 (p. 63).

Las fórmulas de aplicación cuando se opera con universos grandes o infinitos son las (4.1), (4.2) y (4.3), eliminada la corrección por poblaciones finitas. En concreto, haciendo sólo referencia a la estimación de errores de muestreo en la estimación de proporciones [10], la fórmula y su aplicación se presentan a continuación.

Cálculo del error de muestreo de la proporción

FÓRMULA

$$e_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{P\,(1-P)}{n}} \qquad (4.4)$$

Símbolos

$e_{\hat{p}}$ = Error de la estimación de la proporción.
n = tamaño de la muestra.
P = proporción de una categoría de la variable.
$P(1-P)$ = varianza.

APLICACIÓN A UN EJEMPLO

Se desea calcular el error de muestreo de la proporción para distintos supuestos.

Supuesto 1

P = 0,50
n = 4.000

Cálculos

$$e_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{0{,}50 \times 0{,}50}{4.000}} = 0{,}007$$

Solución: El error de muestreo es de 0,007, es decir, de 0,7 %.

---

[10] Las aplicaciones que se presentan hacen sólo referencia a proporciones por ser este cálculo el que más se emplea.

Supuesto 2

$P = 0{,}50$
$n = 1.000$

Cálculos

$$e_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{0{,}50 \times 0{,}50}{1.000}} = 0{,}015$$

Solución: El error de muestreo es de 0,015, es decir, de 1,5 %.

Supuesto 3

$P = 0{,}10$
$n = 1.000$

Cálculos

$$e_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{0{,}10 \times 0{,}90}{1.000}} = 0{,}009$$

Solución: El error de muestreo es de 0,009, es decir, de 0,9 %.

Supuesto 4

$P = 0{,}10$
$n = 250$

Cálculos

$$e_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{0{,}10 \times 0{,}90}{250}} = 0{,}018$$

Solución: El error de muestreo es de 0,018, es decir, de 1,8 %.

Una vez más se pone en evidencia la influencia de la varianza en el proceso de muestreo. Cuando se pasa de una varianza elevada —0,50 × 0,50— a otra bastante menor —0,10 × 0,90—, el error de muestreo disminuye considerablemente, *caeteris paribus,* como se observa en los supuestos 2) y 3). Por otra parte, también aquí se constata que hay que cuadruplicar la muestra para hacer disminuir el error a la mitad: supuestos 2) y 1) por un lado, y 4) y 3) por otro.

En otro orden de cosas, la fórmula (4.4) sirve para cualquier universo que a estos efectos se considere infinito [11], independientemente de su tamaño, ya que éste, salvo en poblaciones finitas, no afecta al cálculo del tamaño de la muestra o de los errores de muestreo del estimador. Finalmente hay que anotar que aquí, al calcular los errores de muestreo, no se ha incluido el nivel de confianza, *K*, y, por lo tanto, es como si se operara con *K* igual a 1. La razón de no incluirlo es porque se hace posteriormente, al hablar de los límites de confianza. En cualquiera de los casos, para pasar a un nivel de confianza de mayor probabilidad sólo es necesario multiplicar el error de muestreo por el valor de *K* con que se desee trabajar.

Simulación

Se mencionan a continuación algunos de los diferentes contrastes que se pueden establecer antes de iniciar el proceso estadístico de la estimación. Se hace referencia a las comparaciones entre la estructura de la población, que se deduce de la encuesta, y la real, conocida por fuentes censales. Así lo hace, por ejemplo, el Instituto Vasco de Estadística [12] quien, además de estimar los errores de muestreo por diferentes métodos alternativos, recurre a la simulación para realizar un nuevo control sobre la encuesta, en su caso calculando errores de muestreo del diseño con respecto al censo, en las variables comunes.

El Servicio de Muestreo del CIS, por su parte, dentro de un vasto programa de validación de muestras, está realizando contrastes similares a los aquí mencionados [13]. Se trata de medir la precisión de diferentes diseños experimentales y para ello se comparan los resultados que se pueden deducir de los mismos [14] con los reales, conocidos por los censos o padrones. Si coinciden o se aproximan, como ocurre en el diseño A del cuadro 5 mencionado en la nota 11, es una primera señal de que los procesos de muestreo y de recogida de la información han sido adecuados. A partir de aquí habrá que hacer el resto de las comprobaciones y proceder al cálculo de los errores de muestreo y a la estimación. Si no coinciden o existen diferencias

---

[11] Véase la nota 17 del capítulo 3 (p. 63).

[12] A. IZTUETA AZKUE, «Algunos aspectos metodológicos en la encuesta de población en relación con la actividad» en *II Congreso Mundial Vasco - Congreso sobre población.* Vitoria-Gasteiz, Servicios Central de Publicaciones del Gobierno Vasco, 1988, p. 204.

[13] Véase el capítulo 2, sobre todo las explicaciones que acompañan al cuadro 5.

[14] De cada diseño experimental se puede deducir la estructura de la población correspondiente a los puntos de muestreo del diseño.

importantes, es que se han producido sesgos que, de ser relevantes, imposibilitarían la inferencia estadística.

La anómala situación anterior, bastante frecuente, se intenta resolver, muchas veces, mediante la ponderación de las variables que están sesgadas. Se trata de aplicar coeficientes correctores que devuelvan a los datos obtenidos la estructura real que debieran tener. Los coeficientes se aplican a las variables demográficas —estructura de edad, sexo, ocupaciones, etc.—, puesto que existe conocimiento real de las mismas por el censo. El procedimiento puede resultar peligroso porque no controla los efectos que sobre el resto de las variables puede tener la ponderación. Sin embargo, si no se pondera, los resultados de la encuesta posiblemente estén sesgados por una elevada carga de mujeres y ancianos, los más fáciles de entrevistar porque son los que permanecen más tiempo en casa.

El dilema se da y la disyuntiva se plantea con frecuencia, se ponderen o no los resultados de la encuesta. Dado que cualquiera de las dos soluciones es mala, hay que trasladar el problema a otra etapa anterior. Hay que hacer un diseño muestral adecuado y una meticulosa recogida de la información —trabajo de campo—, evitando las prácticas que puedan dañar el proceso de selección aleatoria y probabilística. Si se hace un diseño aleatorio adecuadamente dimensionado y además se evita la tendencia fácil a las sustituciones no habrá lugar a las disparidades que luego aparecen.

La estimación

Una vez realizada la encuesta —la muestra, la recogida de la información, etc.— llega el momento de la estimación y, si procede, el de la inferencia estadística. Se trata de conocer los resultados de la encuesta y su precisión para decidir si las estimaciones se aproximan al valor de los parámetros y, en consecuencia, se pueden extrapolar al universo objeto de estudio.

Estimación puntual

La primera operación en esta fase es proceder a la estimación, tal como se deduce directamente de los resultados de la encuesta. Se trata de hallar la estimación puntual de los diferentes estimadores para pasar, más adelante, a su interpretación estadística. En nuestro caso se va a proceder acompañando, una vez más, a la teoría de su aplicación práctica con el recurso a los ejemplos utilizados anteriormente [15].

[15] Estos ejemplos son los utilizados al hablar de los errores de muestreo.

a) Estimación de la media

FÓRMULA

$$\bar{x} = \frac{x_i}{n}$$

Símbolos

$\bar{x}$ = Media.
x_i = Horas trabajadas diariamente por cada una de las mujeres de la muestra.
n = Elementos de la muestra.

APLICACIÓN A UN EJEMPLO

Se desea estimar la media de horas trabajadas diariamente por cada mujer.

Datos del problema

Σx_i = 1.600 horas.
n = 200 elementos.

Cálculos

$$\bar{x} = \frac{1.600}{200} = 8$$

Solución: La media es de 8 horas diarias.

b) Estimación del total de horas

FÓRMULA

$$\hat{Y} = N\,\bar{x}$$

Símbolos

$\hat{Y}$ = Total de horas trabajadas.
N = Tamaño del universo.

APLICACIÓN A UN EJEMPLO

Se desea estimar el total de horas trabajadas diariamente por el conjunto de mujeres.

Datos del problema

N = 10.000 elementos.

Cálculos

$$\hat{Y} = 10.000 \times 8 = 80.000$$

Solución: El total de horas trabajadas diariamente por el conjunto de las mujeres es de 80.000.

c) Estimación de la proporción

FÓRMULA

$$\hat{P} = \frac{\Sigma X_j}{n}$$

Símbolos

$\hat{P}$ = Estimación de la proporción.
X_j = Mujeres que trabajan diariamente 10 horas o más.
n = Elementos de la muestra.

APLICACIÓN A UN EJEMPLO

Se desea estimar la proporción de mujeres que trabajan diariamente 10 horas o más.

Datos del problema

X_j = 60.
n = 200.

Cálculos

$$\hat{P} = \frac{60}{200} = 0{,}30$$

Solución: El porcentaje de mujeres que trabajan diariamente 10 horas o más es del 0,30, es decir, del 30 %.

Los datos anteriores reflejan las estimaciones que se obtienen operando sobre la información recogida en la encuesta aplicada a las mujeres del servicio doméstico.

Las preguntas que ahora hay que hacerse son: ¿qué fiabilidad tienen estos resultados? ¿Se puede decir que los datos de la encuesta reflejan el comportamiento del universo? Para responder a estas preguntas hay que proceder por pasos con la ayuda de diferentes técnicas. En primer lugar se debe examinar el error de muestreo. En nuestro caso, la estimación de la media de horas de trabajo diario es de 8 horas con un error de muestreo de 13 minutos y para un nivel de confianza K igual a 1. Esto quiere decir que la probabilidad de acertar es de 68,26 % —valor de K igual a 1— y, además, que el valor 8 horas tiene una tolerancia de 13 minutos, es decir, una posible desviación que puede llegar hasta los 13 minutos. Si se aumenta la probabilidad de acertar hasta 95,44 % —K igual a 2— se duplica el error de muestreo que pasa a ser de 26 minutos. A la vista de estos datos, la estimación parece fiable y la inferencia estadística se hace posible.

El análisis del estimador de la proporción lleva a resultados distintos. El 30 % de las mujeres del servicio doméstico trabajan diariamente 10 horas o más con un error de muestreo del 3,2 %. Si se pasa, como en el caso anterior, a la probabilidad del 95,44 % el error se duplica y alcanza el 6,4 %, demasiado elevado para extrapolar los resultados al universo del que se extrajo la muestra.

El mismo análisis se puede extender a cualquier otra estimación, pero para no introducir nuevos datos se aplica a los valores de la proporción utilizados al calcular los errores de muestreo [16] (véase cuadro 4.1). Los datos del cuadro permiten el mismo análisis que el que se acaba de realizar, puesto que en ellos aparece la estimación puntual —la proporción— y los errores de muestreo. En una primera lectura las estimaciones 1) y 3) parecen bastante precisas pero no la 2) y 4) que duplican los errores de la 1) y 3) respectivamente. En cualquiera de los casos será necesario introducir nuevos análisis, la estimación por intervalos y el coeficiente de variación, para poder interpretar mejor las estimaciones y los errores de muestreo.

[16] Véase el epígrafe de este capítulo, supuestos 1 a 4, en que se calculan los errores de muestreo de la proporción, cuando se trata de universos grandes (pp. 88 ss.).

CUADRO 4.1

ESTIMACIÓN PUNTUAL Y ERRORES DE MUESTREO EN DISTINTOS SUPUESTOS

Supuesto	*Proporción*	*Error de muestreo*	*Tamaño muestra*
1	0,50	0,007	4.000
2	0,50	0,015	1.000
3	0,10	0,009	1.000
4	0,10	0,018	250

FUENTE: Elaboración propia.

Antes, y como punto de referencia, se quiere hacer una breve alusión a la dimensión de muestras nacionales de diferentes países.

Para poder hacer una primera aproximación en este campo, se ha estudiado el tamaño de 150 muestras nacionales [17] realizadas en diferentes países en 1980 y 1981. El resultado es el que refleja el cuadro 4.2.

CUADRO 4.2

MUESTRAS DE DIFERENTES PAÍSES CLASIFICADAS POR SU TAMAÑO

Tamaño	*Porcentaje*
De 1.000 a 1.500 entrevistas	55
De 1.501 a 2.000 entrevistas	20
De 2.001 a 3.000 entrevistas	15
Más de 3.000 entrevistas	10
Total	100

FUENTE: Explotación de datos tomados del Survey Research Consultants International.

La media de entrevistas en los casos analizados es de 1.762 y la moda se sitúa en el intervalo de 1.000 a 1.500. En cuanto a los errores muestrales, en el supuesto de estimación de proporciones, la varianza más desfavorable y muestreo aleatorio simple, éstos oscilarían entre 0,9 % en la muestra de mayor tamaño y 1,5 % en la más pequeña. Si en vez de suponer que P es igual a 0,50 se supone que toma diferentes valores, según los casos, entonces se puede ofrecer un cuadro más completo de los errores que se deducen de estas muestras (véase el cuadro 4.3).

[17] Survey Research Consultants International, *Index to International Public Opinion, 1980-1981*, Westport, Connecticut, Greenwood Press, 1982.

CUADRO 4.3

ERRORES DE MUESTREO PARA DIFERENTES TAMAÑOS DE LA MUESTRA Y DIFERENTES VALORES DE LA PROPORCIÓN

Tamaño de la muestra	*Proporción*			
	0,10	*0,20*	*0,30*	*0,40*
1.000	0,009	0,012	0,014	0,015
1.500	0,007	0,010	0,011	0,012
2.000	0,006	0,009	0,010	0,011
3.000	0,005	0,007	0,008	0,009

FUENTE: Elaboración propia.

En el caso habitual de trabajar con un nivel de confianza del 95,44 % estos errores se duplicarían, al hacer *K* igual a 2, y ofrecerían una fiel imagen de los niveles de precisión que se suelen utilizar cuando se estudian cuestiones que, generalmente, reflejan opiniones y actitudes ante la realidad social.

Abundando en este mismo análisis se han estudiado los sondeos realizados en abril de 1991 en Francia [18]. Sus tamaños son los reflejados en el cuadro 4.4.

CUADRO 4.4

SONDEOS REALIZADOS EN FRANCIA EN ABRIL DE 1991, CLASIFICADOS POR SU TAMAÑO

Tamaño	*Número*
De 500 a 999 entrevistas	23
1.000 entrevistas	15
Más de 1.000 entrevistas	8
	46

FUENTE: Explotación de datos tomados de *La Revue Française des Sondages*, núm. 65, mayo de 1991.

Se confirma, por tanto, la tendencia anterior, es decir, la utilización de muestras pequeñas cuando se trata de estudios sobre opiniones y actitudes. En estos casos hay una cierta tolerancia en cuanto a los niveles de precisión

[18] Tomado de CESEM, *La Revue Française des Sondages*, núm. 65, mayo de 1991.

tal como se deduce de los datos del cuadro 4.3. Frente a los resultados anteriores también hay que recordar las encuestas de los grandes centros de producción de estadísticas como el INE en España, el INED y el INSEE en Francia, etc. Estas encuestas analizan la realidad social y sus resultados inciden directamente sobre la misma como en el caso de la determinación del IPC —incremento de los precios del consumo—, la Encuesta de población activa, etc. En consecuencia, y dada la trascendencia de sus resultados, estas muestras están dimensionadas para que tengan un adecuado nivel de precisión y, además, para poder ofrecer sus resultados de forma desagregada.

Por eso, encuestas como la EPA en España o la Encuesta de empleo en Francia, realizadas por el INE y el INSEE, respectivamente, tienen una muestra de 60.000 y 90.000 hogares, distribuidos por todo el territorio nacional. Sin embargo, si se analiza la encuesta EPA por provincias, la muestra va desde los 720 hogares en el caso de Ávila hasta los 2.880 de Madrid, siendo estas cifras las que acotan el tamaño de las diferentes submuestras que se corresponden con los niveles máximos de desagregación de los resultados. La agregación de las diferentes submuestras en cada comunidad autónoma o a nivel nacional permiten aumentar considerablemente los niveles de precisión tanto para datos referidos a áreas geográficas como a categorías de análisis.

Estimación por intervalos

La estimación puntual, los errores de muestreo y los niveles de confianza permiten acotar los intervalos de probabilidad en los que se hallan los parámetros. Es decir, los límites entre los que se encuentran los valores que se pretende estimar. El uso del intervalo supone un paso más en la interpretación de las estimaciones ya que añade a la estimación puntual los *límites* de su posible desviación con respecto al valor estimado.

La fórmula general para calcular los límites de confianza es la siguiente:

$$\mu = \bar{x}_i \pm K \cdot e \qquad (4.5)$$

Donde,
μ = Límites de confianza.
$\bar{x}_i$ = Valor estimado: media, total, proporción.
e = Error de muestreo.
K = Nivel de confianza.

A partir de aquí se pueden calcular los intervalos de las estimaciones que, en el ejemplo, toman los siguientes valores.

a) Límites de confianza de la media

FÓRMULA

$$\mu_{\bar{x}} = \bar{x} \pm K\, e_{\bar{x}}$$

Ejemplo

$$\mu_{\bar{x}} = 8 \pm 2 \times 0{,}217 \begin{cases} 8{,}43 = 8\text{h},\ 26' \\ 7{,}56 = 7\text{h},\ 33' \end{cases}$$

b) Límites de confianza del total

FÓRMULA

$$\mu_T = \hat{Y} \pm K \cdot e_{\hat{Y}}$$

Ejemplo

$$\mu_Y = 80.000 \pm 2 \times 2.170 \begin{cases} 84.340 \text{ horas} \\ 75.660 \text{ horas} \end{cases}$$

c) Límites de confianza de la proporción

FÓRMULA

$$\mu_{\hat{p}} = \hat{P} \pm K \cdot e_{\hat{p}}$$

Ejemplo

$$\mu_{\hat{p}} = 0{,}30 \pm 2 \times 0{,}032 \begin{cases} 0{,}364 = 36{,}4\ \% \\ 0{,}236 = 23{,}6\ \% \end{cases}$$

Los datos del cuadro 4.1, por su parte, traducidos a estimaciones por intervalos, se acotarían tal como se indica en el cuadro 4.5. La lectura de

CUADRO 4.5

ESTIMACIÓN POR INTERVALOS REALIZADOS A PARTIR DE LA INFORMACIÓN DEL CUADRO 4.1

Supuestos	*Estimación por intervalos*
1	$\mu_{\hat{p}} = 0{,}50 \pm 2 \times 0{,}007 \begin{smallmatrix} 0{,}514 \\ 0{,}486 \end{smallmatrix}$
2	$\mu_{\hat{p}} = 0{,}50 \pm 2 \times 0{,}015 \begin{smallmatrix} 0{,}530 \\ 0{,}470 \end{smallmatrix}$
3	$\mu_{\hat{p}} = 0{,}10 \pm 2 \times 0{,}009 \begin{smallmatrix} 0{,}118 \\ 0{,}082 \end{smallmatrix}$
4	$\mu_{\hat{p}} = 0{,}10 \pm 2 \times 0{,}018 \begin{smallmatrix} 0{,}136 \\ 0{,}064 \end{smallmatrix}$

FUENTE: Elaboración propia.

estos datos permite afirmar que, para un nivel de confianza del 95,44 %, la media de horas trabajadas diariamente por las mujeres del servicio doméstico de Madrid está entre 8 horas 26 minutos y 7 horas 33 minutos; la estimación del supuesto 1 está entre 51,4 % y 48,6 %, la del supuesto 2, entre 53 % y 47 %, etcétera.

Una conclusión primera y fundamental es que la estimación puntual es el eje en torno al cual gira el valor del parámetro. Si la precisión de la estimación es alta, la estimación por intervalos tendrá poca variabilidad respecto a la puntual, pero si los errores de muestreo son elevados puede haber diferencias notorias entre la estimación puntual y el valor del parámetro del que sólo se sabe, estadísticamente, que se halla dentro de los límites de confianza.

En otro orden de cosas, y haciendo referencia a la precisión de las estimaciones, los datos anteriores evidencian que ésta es muy dispar ya que en unos casos el intervalo entre los límites es de 3 puntos, en otro de 6 y en otro de 7. Por eso, para una valoración más precisa es necesario recurrir a los coeficientes de variación.

Coeficientes de variación

El coeficiente de variación expresa en términos relativos la desviación típica ponderándola por el valor medio a que hace referencia. Su utilización facilita la interpretación de la desviación típica y, además, permite establecer comparaciones entre parámetros: medias, totales o proporciones, etc., referidos a un mismo momento o a tiempos distintos. Su expresión matemática es $cv = \frac{\sigma}{\bar{x}}$, lo que hace que, una vez conocido el valor de la desviación típica y del parámetro, los resultados se puedan expresar en términos relativos comparables. En el campo de la estadística inferencial permite presentar los errores de muestreo en porcentajes de la estimación, facilitando la interpretación de los resultados y la comparación entre estimaciones. Su expresión matemática aquí es la misma sustituyendo el error por la desviación, e por σ, y dando a $\bar{x}$ el valor que corresponda, según se trate de aplicarlo a medias, totales o proporciones.

El coeficiente de variación permite valorar la precisión de la estimación. En principio, un coeficiente de variación elevado indica un bajo grado de precisión, sin que se pueda delimitar el listón a partir del cual la estimación no es válida. En este sentido, el propio INE que hasta hace poco decía: «toda cifra que vaya afectada de un coeficiente de variación superior al 10 % se debe acoger con las debidas precauciones y no depositar en ella más confianza de la que merece» [19], ahora dice: «toda estimación con un error de muestreo elevado debe ser tomada con reservas; aunque debe ser el usuario el que, de acuerdo con el grado de fiabilidad que precise, determine si un dato con un cierto error de muestreo le es útil o no para la toma de decisiones» [20]. Parece, por lo tanto, que el 10 % se puede utilizar como punto de referencia, pero no como una barrera que establezca qué estimaciones son precisas y cuáles no. Es la finalidad de la investigación, en definitiva, la que va a permitir fijar qué errores son permisibles y cuáles no para cada caso en concreto.

Por otra parte, el coeficiente de variación permite establecer comparaciones entre distintas variables, lo que contribuye muy positivamente al análisis de las estimaciones, tal como se verá más adelante.

Llevando la exposición anterior al campo de la aplicación, el coeficiente de variación, en el caso de proporciones, se define como $cv = \frac{e_{\hat{p}}}{\hat{p}}$, es decir, el error de la estimación de la proporción dividido por el valor estimado del parámetro. Su aplicación a diferentes supuestos [21] arroja los resultados del cuadro 4.6. Tal como se observa en el cuadro, a cada estimación corresponde un cv lo que permite valorar la precisión de la misma y, a la vez, establecer comparaciones entre distintas estimaciones.

Hablando, en primer lugar, de la precisión de las estimaciones, el coeficiente de variación ofrece los errores de muestreo en porcentajes de la

[19] INE, *Población activa*, enero-marzo de 1984, p. XXII.

[20] INE, *Encuesta de población activa*, abril-junio de 1989, p. XIX.

[21] Se hace referencia a los supuestos que se vienen utilizando desde el comienzo de este capítulo.

CUADRO 4.6

ERROR DE MUESTREO Y COEFICIENTE DE VARIACIÓN PARA DISTINTAS ESTIMACIONES DE LA PROPORCIÓN Y DISTINTOS TAMAÑOS DE LA MUESTRA

Estimación de la proporción	*Tamaño de la muestra*					
	250 elementos		*1.000 elementos*		*4.000 elementos*	
	Error	*cv*	*Error*	*cv*	*Error*	*cv*
0,10	0,037	0,37	0,018	0,18	0,009	0,09
0,90		0,04		0,02		0,01
0,20	0,050	0,25	0,025	0,12	0,012	0,06
0,80		0,06		0,03		0,01
0,30	0,057	0,19	0,028	0,09	0,014	0,04
0,70		0,08		0,04		0,02
0,40	0,061	0,15	0,030	0,07	0,015	0,04
0,60		0,10		0,05		0,02
0,50	0,063	0,12	0,031	0,06	0,016	0,03
0,50		0,12		0,06		0,03

NOTA: Los errores de muestreo están calculados para un nivel de confianza del 95,44 %.

FUENTE: Elaboración propia.

estimación, con lo que los errores absolutos se convierten en errores relativos de fácil interpretación. Así, la proporción 0,10 en la muestra de 250 elementos tiene un error de muestreo del 3,7 % que, expresado en términos relativos, representa el 37 % de la estimación. Esto quiere decir que los límites de la misma están entre más y menos el 37 % del valor puntual obtenido, lo que representa una elevada desviación.

Volviendo sobre los datos del cuadro 4.6 y tomando como marco de referencia los coeficientes de variación del 0,05 y del 0,10, se observa que en la muestra de 4.000 elementos las estimaciones son muy precisas, *cv* casi siempre inferiores al 5 %; en la muestra de 1.000 elementos son, en general, precisas, sólo hay dos valores del *cv* superiores al 10 %, y, en la muestra de 250 elementos, las estimaciones son muy imprecisas, muy superiores al 10 % de *cv*, salvo cuando los valores de la estimación son elevados, es decir, cuando se da una varianza muy pequeña. En estas situaciones se pueden utilizar muestras pequeñas, con buenos resultados, igual que cuando más que estimaciones precisas lo que interesa es descubrir tendencias.

En cuanto a la comparación entre estimaciones, es evidente que, cualquiera que sea el error muestral, se pueden establecer directamente sin más que recurrir a los respectivos coeficientes de variación. Así se puede decir que la estimación de la proporción del 0,90 en la muestra de 250 entrevistas es igual de precisa que la estimación 0,70 en la muestra de 1.000 entrevistas e igual que la estimación 0,40 en la muestra de 4.000 entrevistas.

Estratificación y errores de muestreo

Los análisis que se han venido realizando tanto al hablar del tamaño de la muestra como de los errores de muestreo hacen referencia a diseños en que se utiliza el muestreo aleatorio simple. En la vida cotidiana, sin embargo, el diseño base, el muestreo aleatorio simple, cede muchas veces paso al muestreo estratificado y, sobre todo, al muestreo por conglomerados sea o no estratificado. De ahí que parezca necesario hablar de los errores de muestreo en este otro tipo de diseños muestrales.

Muestreo estratificado

En el muestreo aleatorio simple la varianza se calcula con las fórmulas conocidas $S_{\bar{x}}^2 = \dfrac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ para las medias y $S_{\hat{p}}^2 = \dfrac{P\,(1-P)}{n}$ para las proporciones, y el error de muestreo o desviación típica, obteniendo la raíz cuadrada de los estadísticos anteriores. Esto da lugar, en el caso más general de las proporciones, a la fórmula (4.4) $e_{\hat{p}} = \sqrt{\dfrac{P\,(1-P)}{n}}$, de continua aplicación. No obstante, cuando se trata de muestreo estratificado de elementos, siempre y cuando los estratos sean independientes, la varianza de la estimación —base del cálculo de los errores de muestreo— debe considerarse como la suma ponderada de las varianzas de la estimación en cada estrato. Esto quiere decir que se han de calcular las varianzas de la estimación por estrato, de forma independiente, para su posterior agregación, respetando el peso del estrato. En concreto, la fórmula que se ha de utilizar es la (4.5),

$$S_{\hat{p}}^2 = \sum_h W_h^2 \frac{P_h\,(1 - P_h)}{n_h} \tag{4.5}$$

W_h = Fracción de la población del estrato sobre el universo (peso poblacional del estrato.)
P_h = Proporción de una categoría de la variable en el estrato.
n_h = Elementos de la muestra en el estrato.

cuya raíz cuadrada, la desviación típica, es el error de muestreo de la estimación de la proporción.

A partir de aquí el cálculo de los errores en el muestreo estratificado de elementos resulta muy sencillo tal como se constata con un ejemplo. Se supone que se ha realizado una encuesta de 4.000 entrevistas con afijación proporcional a un universo que se ha estratificado por edades [22], y se suponen, además, las respuestas a la pregunta: «está a favor o en contra del tráfico rodado en el centro de la ciudad». El análisis de la varianza, calculada por estratos, ofrece los resultados del cuadro 4.7.

CUADRO 4.7

CÁLCULO DE LA VARIANZA POR ESTRATOS

Estratos Grupos de edades	*Elementos de la muestra*	W_h *Peso*	P_h *A favor*	$\sum_h W_h^2 \frac{P_h(1-P_h)}{n_h}$
16-24	808	0,202	0,70	0,0000106
25-34	780	0,195	0,40	0,0000117
35-44	712	0,178	0,30	0,0000093
45-54	608	0,152	0,20	0,0000060
55-64	536	0,134	0,65	0,0000076
+ 64	556	0,139	0,80	0,0000055
	4.000	1,000	0,50	Σ0,0000507

NOTA: W_h, proporción que representa la población del estrato sobre el universo.

FUENTE: Elaboración propia.

Como se observa, la varianza de la estimación $S^2_p = 0{,}0000507$ y el error de muestreo, la desviación típica, es $\sqrt{0{,}0000507}$ igual a 0,0071. Por el contrario, si se tratara de muestreo aleatorio simple, los resultados serían estos:

$$S_p^2 = \frac{P(1-P)}{n} = \frac{0{,}50 \times 0{,}50}{4.000} = 0{,}0000625$$

y la desviación típica, $\sqrt{0{,}0000625}$ igual a 0,0079. La varianza y la desviación típica, error de muestreo, son menores por tratarse de muestreo estratificado. En concreto, se pasa de un error del 0,79 % en el supuesto de

[22] Se ha estratificado por edades porque se estima que hay correlación entre el uso del automóvil y la edad. Por eso se ha diseñado una muestra de 4.000 elementos en que se ha hecho afijación proporcional, según el peso de cada grupo de edad. Las entrevistas que corresponden a cada estrato se han seleccionado por muestreo aleatorio simple sobre listas electorales.

muestreo aleatorio simple al 0,71 % en el muestreo estratificado. Cuantificando las diferencias entre varianzas de uno y otro muestreo, «efecto del diseño» [23], la relación es $\frac{507}{625} = 0{,}811$, lo que significa que hay un 18,90 % de reducción de varianza en este caso entre el diseño estratificado y el aleatorio simple. Expresado en otros términos, si se divide el tamaño de la muestra por el «efecto del diseño» $\frac{4.000}{0{,}811} = 4.932$, se obtiene el número necesario de entrevistas para obtener, con el muestreo aleatorio simple, el mismo error muestral que el que se obtiene en el muestreo estratificado con una muestra de 4.000 elementos.

La razón de estas diferencias hay que buscarla en el comportamiento de los estratos en cuanto a la variable de análisis. Si en los diferentes estratos el comportamiento fuera similar, la estratificación no supondría ventajas en la reducción de errores. Si, por el contrario, se dan diferencias entre estratos, las ganancias aumentan tanto más cuanto mayor sea la heterogeneidad entre los mismos. Volviendo al cuadro 4.7 se observa que existe heterogeneidad entre los estratos en cuanto a la variable de análisis «está a favor o en contra del tráfico....», puesto que los porcentajes van desde el 20 % al 80 %. En otros casos, por el contrario, se puede dar homogeneidad con lo que la estratificación no supone ganancias en este campo.

Submuestras

En esta misma línea de análisis hay que hacer referencia a las submuestras que se diseñan con la finalidad de obtener información, suficientemente precisa, de determinadas subpoblaciones o dominios. Se trata, en general, de muestras diseñadas para obtener estimaciones no sólo a nivel global sino también de determinados segmentos del universo. Una primera versión de este planteamiento se refleja en el ejemplo anterior donde se analiza una muestra proporcional de 4.000 elementos. La muestra está estratificada por grupos de edad lo que da lugar a 6 submuestras, suficientemente amplias para poder obtener estimaciones precisas de las variables de cada una de las submuestras o estratos. En este caso, los errores de las estimaciones referidas a cada estrato se calcularían por la fórmula (4.4), arrojando estos resultados: la estimación 0,70 del grupo de edad de 16 a 24 años tiene un error del 1,6 %; la estimación 0,40 del grupo de edad de 25 a 34 años tiene un error del 1,7 %, etcétera.

Dejando el caso anterior en que la muestra se ha dimensionado para que, sin perder la proporcionalidad, se puedan hacer estimaciones precisas

[23] Véase la nota 8 del capítulo 2 (p. 25).

por estratos, lo más frecuente es que se trate de muestras no proporcionales que se han cargado o sobredimensionado en los estratos que interesa. La solución es similar a la desarrollada en el cuadro 4.7, con la peculiaridad de que, además de calcular los errores de las estimaciones para el universo total y para cada una de las submuestras, hay que introducir la ponderación de que se habló en el epígrafe 2.3 del capítulo 3. Tomando como punto de referencia el ejemplo del cuadro 7, el planteamiento del problema y su solución han de seguir el desarrollo que se expone a continuación.

La muestra que se va a utilizar es de 1.000 elementos, con afijación proporcional, pero los estratos I, III, VI —grupos de edades de 16 a 24 años, de 35 a 44 y de más de 64— se sobredimensionan hasta 500 entrevistas por estrato para poder hacer estimaciones de las opiniones y actitudes de las poblaciones comprendidas en cada uno de estos grupos. A partir de estos supuestos la varianza de la estimación «a favor o en contra del tráfico...» se calcula aplicando la fórmula (4.5), tal como se hace en el cuadro 4.8.

CUADRO 4.8

CÁLCULO DE VARIANZAS POR ESTRATOS

Estratos Grupos de edades	*Elementos de la muestra*	W_h *Peso*	P_h *A favor*	$\sum_h W_h^2 \frac{P_h(1-P_h)}{n_h}$
16-24	500	0,202	0,70	0,0000171
25-34	195	0,195	0,40	0,0000468
35-44	500	0,178	0,30	0,0000133
45-54	152	0,152	0,20	0,0000243
55-64	134	0,134	0,65	0,0000304
+ 64	500	0,139	0,80	0,0000062
	1.981	1,000	0,50	Σ0,0001381

NOTA: W_h, proporción que representa la población del estrato sobre el universo.

FUENTE: Elaboración propia.

La varianza de la estimación es 0,0001381 y la desviación típica, $\sqrt{0{,}0001381}$ igual a 0,0117 que es el error de muestreo.

Los errores de las estimaciones de los diferentes estratos se habrán de calcular independientemente y, como se observa, los estratos cargados ofrecen resultados bastante más precisos. En efecto, aplicando (4.4),

$$e_p = \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}},$$

los respectivos errores de muestreo son 0,02 ; 0,035; 0,02 ; 0,032; 0,04; 0,017 . Las cifras subrayadas, que se corresponden con los estratos cargados en que se han aplicado 500 entrevistas, ofrecen las estimaciones más precisas, objetivo que se había perseguido al ampliar las submuestras.

En resumen, se pueden hacer diseños muestrales cuyos objetivos sean hallar estimaciones referidas al universo total y a diferentes subpoblaciones del mismo y se pueden calcular los errores de las estimaciones aunque la afijación no sea proporcional, tal como ha sucedido en el último caso.

Muestreo por conglomerados

Hay que hacer, finalmente, alusión al muestreo por conglomerados, uno de los más utilizados en muestras dirigidas a la población en general, ya que permite actuar con marcos incompletos y evitar una excesiva dispersión de las entrevistas. Sin embargo, en este tipo de muestreo, de fácil aplicación, los errores muestrales suelen ser mayores que en el muestreo aleatorio simple debido a que el «efecto del diseño», generalmente, es superior a 1 [24]. La razón de este comportamiento está en la propia estructura de este tipo de muestreo en el que las unidades muestrales están formadas por conglomerados de unidades, mientras que, en los otros tipos de muestreo, las unidades muestrales son individuos que, para un número dado de elementos de la muestra, aportan, generalmente, mayor precisión.

Los errores de la estimación en el muestreo por conglomerados son mayores que en el muestreo aleatorio simple y se pueden analizar en comparación con los que se derivarían del mismo que es el que sirve de prototipo [25], a través de la fórmula $1 + (M - 1)\varrho$ [26] que recoge las variables que definen el «efecto del diseño».

Para que el muestreo por conglomerados sea igual de preciso que el muestreo aleatorio simple, $(M-1)\varrho$ tiene que ser igual a cero y esto sólo se consigue si ϱ es igual a cero o M es igual a 1. El primer caso, ϱ igual a cero, significa que no hay correlación, que la homogeneidad del conglomerado es cero y, por tanto, el conglomerado es *heterogéneo*. En consecuencia, la varianza del conglomerado es elevada y la varianza interconglomerados baja. Cada uno de los conglomerados es en sí mismo una muestra del universo tanto más representativa cuanto mayor sea la varianza interna.

La situación anterior se suele dar rara vez ya que, habitualmente, ϱ es mayor que 0 y el tamaño del conglomerado mayor que 1, lo que supone un efecto de diseño superior a 1. Lo importante en este supuesto es que el

---

[24] Véase el primer epígrafe del capítulo 2 y del capítulo 4.

[25] Véase la nota 8 del capítulo 2 (p. 25).

[26] M = tamaño del conglomerado; ϱ = coeficiente de correlación que mide la homogeneidad o la heterogeneidad del conglomerado.

tamaño del conglomerado no sea muy grande para que el efecto del diseño no se dispare.

En la realidad y, según los casos, suelen predominar unas u otras situaciones. Si los conglomerados tienden a la homogeneidad interna es conveniente extraer pocos elementos de cada conglomerado y muchos conglomerados [27] ya que la varianza interconglomerados es elevada. En el extremo contrario, si los conglomerados tienen heterogeneidad interna y homogeneidad entre conglomerados es suficiente extraer pocos conglomerados, pues cada uno de ellos representa con su heterogeneidad al universo.

---

[27] El INE en la muestra de la EPA extrae 20 hogares por sección y el Centro de Investigaciones Sociológicas extrae 10 elementos de la muestra también por sección.

Bibliografía

ABAD DE SERVÍN, A. y SERVÍN ANDRADE, L. A., *Introducción al muestreo,* México D.F., Limusa, 1978, 200 pp. Texto elemental, completo y de fácil comprensión.

AZORÍN POCH, F., *Curso de muestreo y aplicaciones,* Madrid, Aguilar, 1972, 376 pp. Texto completo de difícil comprensión. Para su lectura es necesario tener conocimientos estadístico-matemáticos.

AZORÍN POCH, F. y SÁNCHEZ CRESPO, J. L., *Métodos y aplicaciones de muestreo,* Madrid, Alianza, 1986, 396 pp. Texto de contenido y comprensión similares al anterior, al que complementa. La bibliografía, muy amplia, se sitúa al final de cada capítulo.

BLALOCK, H. M., Jr., *Estadística social,* México D.F., Fondo de Cultura Económica, 1977. 509 pp. Libro clásico que, si bien habla poco de muestreo, sí dedica mayor espacio al estudio de la probabilidad, la distribución y la estimación. Es de sencilla comprensión.

CALVO GÓMEZ, Félix, *Estadística aplicada,* Bilbao, Deusto, 1989. 596 pp. Dedica la parte segunda a estadística muestral. Tiene muchos ejemplos y es de sencilla comprensión.

COCHRAN, William G., *Técnicas de muestreo,* México D.F., Continental, 1984. 514 pp. Texto completo de difícil comprensión. Para su lectura es necesario tener conocimientos estadístico-matemáticos.

KISH, Leslie, *Muestreo de encuestas,* México D.F., Trillas, 1972. 734 pp. Es uno de los libros clásicos de muestreo. Para la lectura de alguna de sus partes es necesario tener conocimientos estadístico-matemáticos. Tiene una completa bibliografía.

PULIDO SAN ROMAŃ, A., *Estadística y técnicas de investigación social,* Madrid, Pirámide, 1976. 270 pp. Texto elemental. Dedica siete capítulos al muestreo y la encuesta.

RODRÍGUEZ OSUNA, Jacinto, «La muestra, teoría y aplicación», en M. GARCÍA FERRANDO *et al., El análisis de la realidad social: Métodos y técnicas de investigación,* Madrid, Alianza, 1986. Se trata de un artículo de 33 páginas. Es una buena introducción al muestreo.

SÁNCHEZ CRESPO, J. L., *Muestreo de poblaciones finitas aplicado al diseño de encuestas,* Madrid, INE, 1973. 410 pp. Es un texto de dificultad intermedia, con abundante bibliografía.

WEINBERG, S. L. y GOLDBERG, K. P., *Estadística básica para las ciencias sociales,* México D.F., Interamericana, 1982. 524 pp. No habla directamente de muestreo, pero sí de la teoría de probabilidades y de las distribuciones normal y binomial. Es de fácil comprensión.

WONNACOTT, T. H. y WONNACOTT, R. J., *Introducción a la estadística,* México D.F., Limusa, 1979. 516 pp. Trata de forma elemental el muestreo y desarrolla la teoría de probabilidades y de las distribuciones normal y binomial. Es de fácil comprensión.

Índice de cuadros

Índice de autores y materias